

节理产状极点分形维计算方法的程序实现

宋丽娟¹, 许 模¹, 卢书强²

(1. 成都理工大学 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室, 成都 610059;

2. 三峡大学 三峡库区地质灾害教育部重点实验室, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 针对节理产状极点分布分形维 D 计算方法中的赤道圆网格剖分法, 进行了程序设计。设计过程中利用节理产状极点的极坐标与产状倾向、倾角间的转化关系, 合理地将节理产状极点图数值化, 使用 Visual Basic for Applications (VBA) 进行编程, 并在 Excel 中直接进行数据处理, 简化编程, 使该程序简单易用, 有利于节理产状极点分形维 D 计算方法的推广和应用。最后, 以大岗山水电站坝区左岸 6 组优势裂隙资料为例, 计算建基岩体开挖前后各组节理产状极点分布的分形维 D , 与已有文献所提节理产状极点分形维 D 的相关结论进行对比, 验证了程序的正确性与可用性。

关键词: 赤平投影; 不稳定块体; 极坐标; 分形维 D

中图分类号: TU45 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-1683(2014)04-0151-05

Program Implementation of Fractal Dimension Algorithm of Orientation Pole Distribution for Joints

SONG Li Juan¹, XU Mo¹, LU Shu Qiang²

(1. State Key Laboratory of Geohazard Prevention and Geoenvironment Protection, Chengdu University of Technology,

Chengdu 610059, China; 2. Key Laboratory of Geological Hazards on Three Gorges Reservoir

Area of Ministry of Education, China Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: The distribution characteristics of joints with dominant orientation are difficult to determine because of the randomness and nonuniformity of spatial distribution of joints, and fractal dimension D is an important approach to describe quantitatively the orientation distribution using the boundary combination based on the judgment of instable block with stereographic projection. According to the mesh generation method of equatorial circle in fractal dimension D , the corresponding program was designed in this paper. In the design process, dip direction and dip angle were converted to polar coordinates and to realize the numerical representation of orientation pole distribution for joints. The program was designed with Visual Basic for Applications (VBA) and the data were processed directly in Excel, which made the program easy to operate and was beneficial to promote the application in the fractal dimension algorithm of orientation pole distribution for joints. Finally, based on the data of six sets of dominant joints collecting from the left dam foundation in the Dagangshan Hydropower Station, the fractal dimension D of six sets of dominant joints of the foundation rock was calculated before and after the excavation, which was verified with the conclusions on the fractal dimension D of orientation pole distribution for joints in previous studies, indicating the correctness and feasibility of the program.

Key words: stereographic projection; instable block; polar coordinate; fractal dimension D

岩体稳定性分析是目前工程地质界的一个重大难题, 特别是确定不稳定块体边界面及其组合模式。目前通常利用赤平投影来确不稳定块体的边界面组成^[1-6]。该方法中通常以结构面的平均产状代表结构面, 对于构造断层、断层、岩

脉等 N 至 0 级结构面来说, 在某一空间范围内其几何特征相对稳定, 具有一定的确定性, 该方法的可靠性较高; 但是, 对于节理裂隙、微裂隙等 0 级结构面来说, 在某一空间范围内, 其发育的随机性和不均匀性将导致优势节理组的产状具有

收稿日期: 2014-02-06 修回日期: 2014-04-10 网络出版时间: 2014-06-11

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/doi/10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2014.04.001.html>

基金项目: 地质灾害防治与地质环境保护国家重点实验室开放基金(SKLGP2012K032)

作者简介: 宋丽娟(1983-), 女, 河南郑州人, 博士研究生, 主要从事岩土体稳定性方面的研究工作。E-mail: sljxinfeyang@163.com

通讯作者: 许 模(1963-), 男, 重庆人, 教授, 博士生导师主要从事工程水文地质、环境地质方面的研究。E-mail: xm@cdut.edu.cn

一定的分散性^[7], 此时以平均产状代表其节理的发育状况, 其可信度较低, 则该方法的可靠度较低。鉴于此, 在利用赤平投影对不稳定块体的边界进行确定的同时, 需要对节理产状的分布情况进行详细研究, 进而判断节理组作为不稳定块体边界组成的可靠度。

历来, 国内外学者非常重视节理产状的研究, 如: 早期, R. Fisher^[8] 建立结构面产状的 Fisher 分布模型; C. Bingham^[9] 提出了关于产状分布的 Bingham 模型; R. E. Goodman 等^[10-11] 指出在坚硬岩体中, 结构面产状服从半球正态分布; 之后, 一些学者尝试动态聚类分析法、*k* 均值聚类分析法、模糊等价聚类方法、模糊 *C* 均值聚类方法、概率模型方法等^[12-15] 对节理产状进行了深入研究; 然而, 上述研究成果对节理产状的描述依旧停留在定性阶段。分形理论建立之后, 陈剑平等^[7,16] 试图利用分形维 *D* 来定量描述产状的分布特征, 取得了较理想的结果。

本文拟根据节理产状极点分布分形维 *D* 的计算方法, 进行程序设计, 且通过引入产状极点坐标与倾向、倾角之间的转化关系, 从而将节理产状极点图数值化, 简化编程设计, 使节理产状极点分布分形维 *D* 的计算更容易推广应用。

1 原理

1.1 Schmidt 图等面积方格网剖分原理

目前, 对 Schmidt 图等面积网格剖分主要有两种方法: 方法 1 是借鉴 S. M. Miller 建立下半球 Schmidt 等面积投影的方法, 通过计算机编程动态地生成下半球 Schmidt 等面积投影网格^[7]; 方法 2 是根据赤道圆与下半球球面呈垂直投影的关系, 直接对赤道圆采用特定的网格剖分, 以实现 Schmidt 图等面积网格剖分^[16]。两种方法的原理及参数对比见表 1, 其原理具体参见文献[7]和文献[16], 本文主要针对方法 2^[16] 的原理进行程序设计。

表 1 Schmidt 图等面积方格网剖分方法对比

Table 1 Comparison of two Schmidt subdivision methods with equal area

对比项	方法 1	方法 2
原理	下半球 Schmidt 等面积投影原理	对赤道圆按特定方法进行网格剖分
编程设计的自变量	b_i, θ_i	n
<i>D</i> 的计算结果	一致	一致
编程难易	复杂	简单

1.2 分形维 *D* 计算原理

依据方法 2^[16] 所述原理, Schmidt 圆的网格剖分方法如下见图 1: 沿半径 *R* 方向 *n* 等分得 *n* 个圆环, 各圆环宽度均为 $d = R/n$, 中心圆为第 1 环, 环半径等于环宽度, 即 $r_1 = d_1 = R/n$ 。以中心圆面积为 $A_1 = \pi r_1^2 = \pi(R/n)^2$ 为基础面积, 分别将各个圆环划分为面积为 $\pi(R/n)^2$ 的小方格见图 2。由表 2 可知, 当 $i = 1, 2, 3, \dots, n$ 时, $b_i = 1, 3, 5, \dots, n^2 - (n-1)^2$, 即 b_i 为公差为 2 的等差数列, 则 *n* 个圆环中的方格总数为 $NC = \sum b_i = n(1 + b_n)/2$ 。若假定 Schmidt 圆面积为 1 个单位, 该单位可取任何值, 参考文献[7] 中对其取值 $1.0 \times$

10^5 , 则小方格边长(相对)为:

$$\delta = \frac{1.0 \times 10^5}{NC} \quad (1)$$

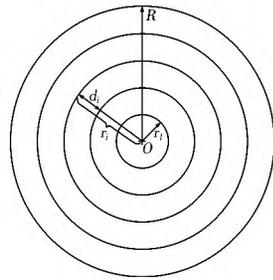


图 1 等分为 *n* 个圆环的 Schmidt 圆

Fig. 1 Schmidt circle divided into *n* rings

表 2 Schmidt 圆等面积方格剖分

Table 2 Net subdivision with equal area of Schmidt circle

项目	公式
第 <i>i</i> 环环宽度	$d_i = R/n$
第 <i>i</i> 环环半径	$r_i = i(R/n)$
第 <i>i</i> 环环面积	$A_i = [i^2 - (i-1)^2] \pi(R/n)^2$
第 <i>i</i> 环方格数	$b_i = A_i/A_1 = i^2 - (i-1)^2$
第 <i>i</i> 环每一小方格所占角度	$\alpha = 360^\circ/b_i$

上述 Schmidt 圆等面积方格网的剖分过程中, 仅有一个自变量 *n*。当改变 *n* 时, 相应 *NC* 改变, 随之小方格边长 δ 改变, 被节理节点头占有的方格数 $N(\delta)$ 也改变, 则可求出产状极点分形维 *D* 为:

$$D = \frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta} \quad (2)$$

分形维 *D* 为 $\ln \delta - \ln N(\delta)$ 曲线中无标度区间内近似直线的曲线段斜率。

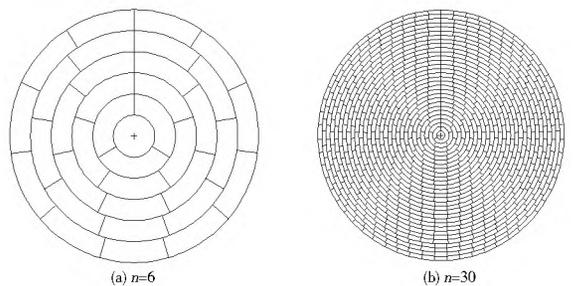


图 2 随 *n* 值变化的 Schmidt 等面积投影网

Fig. 2 Variation of Schmidt net of equal area with value of *n*

2 程序实现

2.1 编程原理

众所周知, 节理产状极点在极点图的位置主要根据产状倾向和倾角来确定, 图 3 给出了产状倾向 320° 、倾角 20° 的极点制作过程: 首先找出倾向 320° 的位置, 见图 3 中射线然后确定倾角 20° 所在圆位置, 则射线与圆的交点即为所求产状极点, 见图 3。

圆中的任一点均可用一个极坐标(*r*, θ)来表示, 则某一产状倾向、倾角与极坐标之间的关系如下:

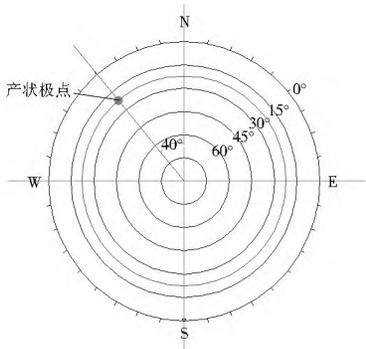


图3 产状极点确定示意图

Fig.3 Schematic of orientation pole

$$r = R - \frac{90^\circ - \theta}{90^\circ} \theta = \text{倾向} \quad (3)$$

根据公式(3)可以将节理产状转化为极坐标形式。

根据上述Schmidt圆等面积方格网的剖分原理和分形维D的计算原理,将各个方格极坐标域化,如第一环内的小方格域化后为 $f(r, \theta) \quad 0 \leq r < 2d, 0^\circ \leq \theta < 360^\circ$;然后根据数值化的坐标来判断各个产状极点是否包含在某一极坐标域中,求出极点占有的极坐标域的个数,即为小方格个数 $N(\delta)$ 。

2.2 编程界面及主代码

通过极坐标转化,直接将节理产状极点图中的极点进行数据化处理,即将几何图像转为数据处理,使得编程及所用软件更加方面可靠。本文采用Visual Basic for Applications (VBA)进行编程,而在Excel中直接进行数据处理。图4是用VBA所编产状极点图分形维计算界面,其中有三个操作按钮:“Clear Worksheet”、“Import File”和“Counting”。“Clear Worksheet”用来清除Excel中的所有数据;“Import File”用来导入产状倾向、倾向角数据,分别存在A列和B列;“Counting”用来计算被极点占用的小方格数,输出在result中,小方格数的占用主要与输入参数n有关,n为上述章节中的环数。右侧用来记录环数n和被极点占据的小方格数。然后利用公式(1)求出小方格边长 δ 进而求出 $\ln\delta$ 和 $\ln N(\delta)$ 。最后将数据导入SPSS成图,并求其分形维D。



图4 节理产状极点分布分形维编程设计界面

Fig.4 Program interface of fractal dimension of orientation pole distribution for joints

以上程序主代码如下:

```
Private Sub CommandButton3_Click()
Dim C1() As Double, C2() As Double, Z1() As Double,
Z2() As Double, i As Long, j As Long, a As Long, r As Integer,
```

```
ger, n As Integer, d As Double
Dim ng As Integer, count() As Integer, mid As Integer, an
As Integer
For i= 1 To 100000
If (Cells(i, 1) <> "") Then
a= i
Else
Exit For
End If
Next i
If Cells(a, 2) = "" Then
Cells(a, 1) = ""
a= a+ 1
End If
ReDim C1(a), C2(a), Z1(a), Z2(a) As Double
For i= 1 To a
C1(i) = Cells(i, 1)
Z1(i) = C1(i)
C2(i) = Cells(i, 2)
Z2(i) = 90- C2(i)
Next i
n= Cells(2, 3)
d= 90/ n
ng= n^2
ReDim count(ng) As Integer
For i= 1 To a
mid= Int(Z2(i)/ d)
an= 360/(2* (mid+ 1)- 1)
mid= mid^2+ Int(Z1(i)/ an)+ 1
count( mid) = 1
Next i
For i= 1 To ng
If (count(i) = 1) Then
r= r+ 1
End If
Next i
Cells(4, 3) = r
End Sub
```

3 实例应用

大岗山水电站是大渡河干流的大型水电工程之一。坝区节理裂隙发育广泛,主要发育7组优势裂隙。本文以坝区左岸平硐、建基面¹至 $\frac{3}{4}$ 组裂隙资料为例进行实证分析。图5给出了左岸坝区建基岩体开挖前后第1组节理产状极点分布的网格剖分图,其它各组与其相似。

依据上述节理产状极点分布分形维D的计算方法和编程来计算左岸坝区建基岩体开挖前后各组裂隙产状极点分布的分形维D。整个程序仅涉及一个输入变量,即环数n。依据数据统计可知,当n= 1, 2, 3等较小值时,极点占有的小方格数 $N(\delta)$ 较少,很难满足分形要求;而当n> 45等较大值时,极点占有的小方格数 $N(\delta)$ 基本相同,同样不具分形特性。所以,将n值设在6~ 45之间,取整数,相应的无量度区

间约为 $(\ln 4, \ln 8)$ (图 6 (a)-6(b))。

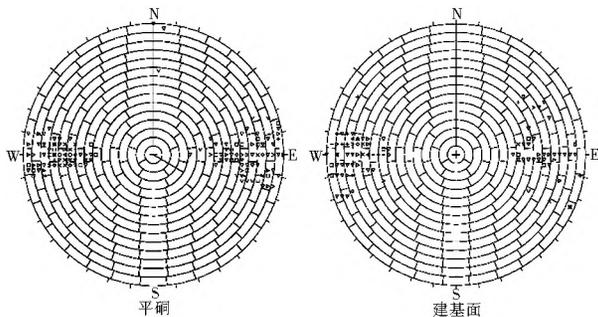


图 5 $n=15$ 时左岸第 1 组裂隙产状极点图网格剖分

Fig. 5 Schmidt subdivision of 1 joint orientation at left dam foundation when $n=15$

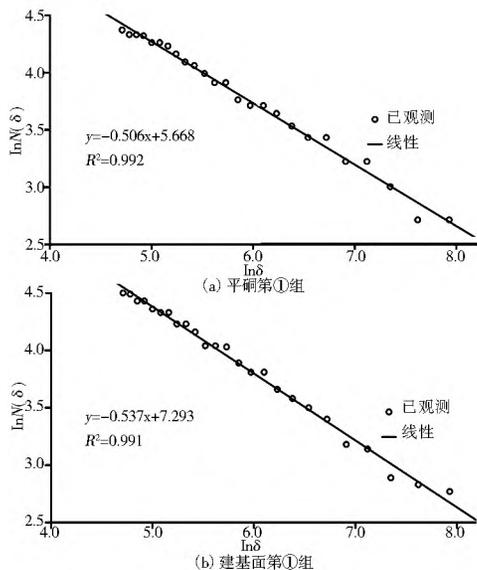


图 6 节理产状极点分布对应的 $\ln\delta \sim \ln N(\delta)$ 曲线

Fig. 6 Curves of $\ln\delta \sim \ln N(\delta)$ corresponding to the orientation pole distribution for joints

表 3 为左岸坝区平硐、建基面各组节理产状极点分布的分形维 D 计算结果。可以看出,分形维 D 可以较好地阐释建基面开挖前后节理产状分布的差异性,其大小不仅与节理数有关,更重要的是与节理产状分布的分散度有很大的关系。具体分析如下。

表 3 左岸坝区平硐、建基面各组节理产状极点分形维

Table 3 Fractal dimension of orientation pole distribution for joints collecting from adit and foundation surface in left dam

节理组	平硐			建基面		
	节理数/条	分形维 D	相关系数	节理数/条	分形维 D	相关系数
1	281	0.506	0.992	609	0.537	0.991
°	547	0.479	0.994	513	0.596	0.992
»	340	0.269	0.994	568	0.492	0.971
¼	724	0.527	0.996	2223	0.575	0.994
½	145	0.208	0.989	216	0.355	0.978
¾	1 020	0.726	0.994	1167	0.593	0.992
1 至 ¾	3 057	0.807	0.992	5296	0.814	0.985

(1) 一般情况下,节理数越多,产状极点分布的分形维 D 越大。同组节理,依据建基面测网资料计算的节理产状极点分布分形维 D 较平硐中的大,主要由于随着建基面的开挖节

理条数相对增多,节理产状信息更加丰富,如第 1、°、¼、½ 组节理,随着节理条数增大,分形维 D 明显增大。非同组节理间也遵循该规律,如第 ¼、¾ 组节理条数大于第 1、°、»、½ 组节理,其分形维 D 也相应较大。

(2) 分形维 D 可用来描述节理产状极点分布的分散程度,分散度越大,分形维 D 越大。一般情况,节理数越多分形维 D 越大,同时意味着节理产状极点分布地较为分散;如果节理数较小,而分形维 D 较大,则说明在节理产状极点图中相同倾向倾角的产状较少,极点重合率较小,因此增大了产状极点分布的范围。如表 3 中的第 1、° 组节理,建基面开挖后,第 ° 组节理的条数小于第 1 组节理,但是其分形维 D 却相对较大,说明第 ° 组节理产状的分散度较大。

(3) 节理产状极点分布的分形维 D 在理论上满足条件: $0 \leq D < 1^{[7,19]}$ 。如果某组节理中各条节理的产状完全相同,则所有节理的极点在 Schmidt 等面积投影网中将重合在 1 个极点上,该情况下,无论怎样改变投影网中小方格的边长 δ ,被极点占有的小方格数 $N(\delta)$ 恒等于 1,而 $\ln\delta \sim \ln N(\delta)$ 曲线必是一条水平直线,其斜率恒等于 0,即说明在这种理想状况下,节理产状分形维 $D = 0$ 。在欧氏几何空间中,1 个点的维数为 0,所以该理想状况也可以用欧氏几何中对点的维数来解释。实际上,理想状态一般不存在,即使同组裂隙中各条节理产状也不尽相同,因此其极点分布具有一定的范围,所以一般情况下,节理产状分形维 $D > 0$ 。如果某一数量的节理,其中各条节理产状差异较大,则极点图中极点的分布范围较广,即产状的分散度较大,则分形维 D 较大,这与计算结果中的第(2)条结论相一致。另外,由未分组的 1 至 ¾ 组节理产状极点的分形维可知,节理产状极点分布分形维的值恒小于 1。因为只有当极点占有小方格数 $N(\delta)$ 与每次循环剖分的小方格总数 N 相等时, $\ln\delta \sim \ln N(\delta)$ 曲线的斜率才等于 1。然而,由于点本身的几何特性,点与点之间总是存在一定的空间(或者说,极点是无法连续地充满 Schmidt 图的),所以当无限度地对 Schmidt 图进行网格剖分时, $N(r) < N$ 恒久成立。所以,即使节理数很多,产状分散度很大,各个方向的节理均有分布,其产状分形维 D 也恒小于 1。

4 结论

(1) 本文针对节理产状极点分布分形维 D 的计算原理,进行了程序设计。在设计过程中,利用极坐标将节理产状极点进行数值化处理,同时通过将小方格极坐标域化,可直接以被相应数值化的极点占有的极坐标域的个数来代替被极点占有的小方格个数,使编程更为简便。

(2) 采用 Visual Basic for Applications(VBA)进行编程,在 Excel 中直接进行数据处理,使程序界面操作简单,容易实现。

(3) 根据对大岗山水电站坝区左岸 6 组优势节理产状极点分布的分形维 D 的计算,验证了程序的正确性与可用性。

参考文献(References):

[1] 石根华. 岩体稳定分析的赤平投影方法[J]. 中国科学, 1977 (3): 260-271. (SHI Ger hua, Stereographic Projection method of Rock mass Stabilization in Rock mass Stability Analysis[J].

- Science in China, 1977(3): 260-271. (in Chinese)
- [2] 何绍勋. 赤平投影在构造地质学中应用的进展[J]. 地质科技情报, 1989, 8(3): 35-43. (HE Shaoxun. Application of Stereographic Projection in Structural Geology[J]. Geological Science and Technology Information, 1989, 8(3): 35-43. (in Chinese))
- [3] 吴绍强. 极射赤平投影法在岩质边坡稳定性分析中的应用[J]. 西部探矿工程, 2009, (10): 117-121. (WU Shaoliang. Application of Stereographic Projection Method in Rock Slope Stability Analysis[J]. West-China Exploration Engineering, 2009, (10): 117-121. (in Chinese))
- [4] 高玉娟, 徐付玲, 张亚明. 赤平投影方法在大地构造研究中的改进及应用[J]. 辽宁工程技术大学学报(自然科学版), 2009, 28(S1): 65-67. (GAO Yujuan, XU Fuling, ZHANG Yaming. Improvement and Application of Stereographic Projection in Tectonic[J]. Journal of Liaoning Technical University (Natural Science), 2009, 28(S1): 65-67. (in Chinese))
- [5] 王新刚, 陈晋, 胡斌, 等. 基于赤平投影的节理控制性黄土边坡破坏模式分析[J]. 煤炭安全, 2013, 44(8): 210-212. (WANG Xin gang, CHEN Jin, HU Bin, et al. Failure Mode Analysis of the Jointed Controlled Loess Slope Based on the Stereographic Projection[J]. Safety in Coal Mines, 2013, 44(8): 210-212. (in Chinese))
- [6] 刘梦君, 许模, 隆振锐. 某水电站厂房调压室半确定性块体稳定性浅析[J]. 南水北调与水利科技, 2011, 9(6): 136-139. (LIU Mengjun, XU Mo, LONG Zhenrui. Stability Analysis of Semi-Deterministic Blocks for the Surge Chamber in the Factory Building of a Hydropower Station[J]. South to north Water Diversion and Water Science & Technology, 2011, 9(6): 136-139. (in Chinese))
- [7] 陈剑平, 王清, 谷宪民, 等. 岩体节理产状极点分布的分形维[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(3): 501-508. (CHEN Jianping, WANG Qing, GU Xianmin, et al. Fractal Dimension of Orientation Pole Distribution for Rock Mass Joints[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(3): 501-508. (in Chinese))
- [8] FISHER R. Dispersion on a sphere[J]. Proceedings of the Royal Society of London, Series A, 1953, 217: 295-305.
- [9] BINGHAM C. Distribution on the sphere and on the Projective Plane[Ph. D. Thesis][D]. New Haven: Yale University, 1964.
- [10] GOODMAN R E. 不连续岩体中的地质工程方法[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1980: 33-81. (GOODMAN R E. Methods of Geological Engineering in Discontinuous Rock Mass[M]. Beijing: China Railway Press, 1980: 33-81. (in Chinese))
- [11] 陶振宇, 潘别桐. 岩石力学原理与方法[M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1981: 23-30. (Tao Zhenyu, Pan Bietong. Rock Mechanics Principles and Methods[M]. Wuhan: China University of Geosciences press, 1981: 23-30. (in Chinese))
- [12] 范雷, 王亮清, 唐辉明. 节理岩体结构面产状的动态聚类分析[J]. 岩土力学, 2007, 28(11): 2405-2408. (FAN Lei, WANG Liangqing, TANG Hui ming. Dynamic Cluster Analysis of Discontinuity Orientations of Jointed Rock Mass[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(11): 2405-2408. (in Chinese))
- [13] 孙宪春, 万力, 蒋小伟. 节理产状分组的k均值聚类分析及其分组结果的费歇尔分布验证法[J]. 岩土力学, 2008, 29(S): 533-537. (SUN Xianchun, WAN Li, JIANG Xiaowei. Effective Categorization of Joints by k means and Cluster Analysis Its Verification by Fisher Distribution[J]. Rock and Soil Mechanics, 2008, 29(S): 533-537. (in Chinese))
- [14] 冯羽, 马凤山, 巩城城, 等. 节理岩体结构面优势产状确定方法研究[J]. 工程地质学报, 2011, 19(6): 887-892. (FENG Yu, MA Fengshan, GONG Chengcheng, et al. Data Analysis Method for Optimized and Dominant Orientations of Joints in Rock Mass[J]. Journal of Engineering Geology, 2011, 19(6): 887-892. (in Chinese))
- [15] 隆振锐, 许模, 张翔, 等. 基于概率模型的随机裂隙优势产状取值[J]. 南水北调与水利科技, 2012, 10(1): 121-124. (LONG Zhenrui, XU Mo, ZHANG Xiang, et al. Discussion of Values Dominant Orientations of Random Fractures Based on Probability Models[J]. South to north Water Diversion and Water Science & Technology, 2012, 10(1): 121-124. (in Chinese))
- [16] 宋丽娟, 许模, 卢书强, 等. 节理产状极点分布的分形维改进方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(S2): 3303-3308. (SONG Lijuan, XU Mo, LU Shuqiang, et al. Fractal Dimension Improved Algorithm of Orientation Pole Distribution for Joints[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32(S2): 3303-3308. (in Chinese))