



DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdqk.2017.03.028

赵相航, 解宏伟, 顾声龙, 等. 台阶式溢流坝消力池压强特性试验研究[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(3): 171-176. ZHAO Xiang hang, XIE Hong wei, GU Sheng long, et al. Experimental study on pressure characteristics in stilling basin of stepped spillway[J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2017, 15(3): 171-176. (in Chinese)

台阶式溢流坝消力池压强特性试验研究

赵相航, 解宏伟, 顾声龙, 贺巨龙, 郭馨

(青海大学 水利电力学院, 西宁 810016)

摘要: 为研究台阶式溢流坝不设反弧段连接时消力池底板压强特性, 结合某水库实际工程, 采用物理模型试验方法, 对台阶式溢流坝消力池底板时均压强、脉动压强强度和峰值等压强特性进行了研究。结果表明, 消力池底板时均压强均为正值; 在滑行水流和过渡水流时, 时均压强在水流冲击区出现一个较大值, 最大为 0.926 kPa, 下游反弹区形成极小值; 在跌落水流时, 时均压强沿程变化较小, 且随流量的增加而增大; 脉动压强强度和峰值沿程变化规律基本一致, 总体上随流量的增加而增大, 最大值出现在水流冲击区, 脉动压强最大为 1.198 kPa, 随后沿下游方向逐渐减小, 并趋于稳定; 台阶尺寸对消力池底板时均压强和脉动压强影响不大; 消力池内脉动优势频率为 0.01~4 Hz, 属低频振动, 不会危害泄水建筑物的安全。研究成果可为台阶式溢流坝消力池的优化设计提供参考。

关键词: 消力池; 台阶式溢流坝; 时均压强; 脉动压强; 频率

中图分类号: TV 135.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-1683(2017)03-0171-06

Experimental study on pressure characteristics in stilling basin of stepped spillway

ZHAO Xiang hang, XIE Hong wei, GU Sheng long, HE Ju long, GUO Xin

(School of Water Resources and Electric Power, Qinghai University, Xining 810016, China)

Abstract: To study the pressure characteristics in the stilling basin of a stepped spillway without anti arc, we chose a reservoir and used the physical model test method to study the pressure characteristics including time average pressure, fluctuating pressure intensity, and peak pressure pulsation in the stilling basin of a stepped spillway. The results showed that all the time average pressure was positive in the stilling basin. When the flow regime was skimming flow and transition flow, the time average pressure became large in the flow impact area, reaching a maximum of 0.926 kPa; it reached the minimum in the downstream rebound zone. The time average pressure varied slightly when the flow regime was nappe flow, and increased with the increase of flow. The variation patterns of the fluctuating pressure intensity and peak pressure were basically consistent. They both increased with the flow on the whole. The maximum value appeared in the flow impact zone. The maximum fluctuating pressure was 1.198 kPa. It then decreased gradually in the downstream direction until it became stable. The step size hardly affected the time average pressure and fluctuating pressure on the floor of the stilling basin. The dominant frequencies of fluctuations in the stilling basin were 0.01~4 Hz, which belonged to the low-frequency vibration and will not endanger the safety of drainage buildings.

Key words: stilling basin; stepped spillway; time average pressure; fluctuating pressure; frequency

台阶式溢洪道是结合碾压混凝土技术提出的一种新型溢洪道消能工, 广泛应用于各类中小型工程,

收稿日期: 2016-04-14 修回日期: 2016-07-11 网络出版时间: 2017-05-06

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20170506.1117.012.html>

作者简介: 赵相航(1991-), 男, 山东济宁人, 主要从事水利工程方面的研究, E-mail: qhuzh@163.com

通讯作者: 解宏伟(1966-), 男, 青海西宁人, 教授, 博士, 主要从事水利工程方面的研究和教学工作, E-mail: qdxhw@126.com

它具有施工工期短、消能效果好、水流掺气浓度大、工程投资低等优点,受到广大研究人员的重视,并进行了大量的研究^[14],但其研究成果主要集中在台阶阶段,对台阶式溢流坝坝后消力池水力特性研究的较少。Yasuda 等^[15]通过模型试验对不同坡度溢洪道消力池内水跃的掺气浓度分布和紊动强度变化进行了分析;Meireles 等^[16]利用测压管研究了同一坡度下台阶式溢流坝坝后消力池时均压强沿程变化,研究表明在试验范围内冲击点处的压强最大;魏文礼等^[17]对阶梯溢流坝消力池内的水流特性进行了数值模拟研究。台阶阶段与消力池直接连接增强了水流对消力池底板的冲击作用,加剧了水流的紊动掺掺,其水力特性与传统消力池存在一定差异,水流产生的脉动压力会引起消力池底板振动,影响自身稳定,严重时威胁泄水建筑物的安全。为了更加深入全面了解消力池底板的压强特性,本文采用物理模型试验方法,对台阶式溢流坝消力池压强特性进行了系统研究,旨在为台阶式溢流坝消力池的优化设计提供参考依据。

1 模型设计

本文结合某水库实际工程,采用物理模型试验方法^[18-20],对台阶式溢流坝消力池内压强特性进行了系统研究。该工程由溢流堰进口段、台阶阶段、消力池和明渠组成。采用开敞式正槽溢洪道,溢流堰为实用堰型,台阶阶段与消力池直接连接,其间不设反弧段。模型选用正态模型,依据重力相似准则进行设计,模型材料为有机玻璃。试验模型比尺为 1:40,台阶阶段为固定坡度($\theta = 33.69^\circ$),模型高度为 102.75 cm,宽 52.5 cm,消力池长 50 cm,深 10 cm,尾坎高 5 cm。明渠段前段长 211.3 cm,宽 52.5 cm,在尾部扩散为 82.5 cm。尾水段与模型出口相连,长 5 m,宽度为 82.5 cm,并布设了三角形薄壁堰,用于测量其下泄流量,模型试验布置图见图 1,其中 0.5 表示测孔距离消力池前后端的距离,其它数值表示测孔间的距离。台阶式溢洪道共设置 3 种台阶高度($h = 1.5$ cm, 2.07 cm, 3.0 cm),试验单宽流量为 $0.0043 \sim 0.0277 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ 。

为观测台阶式溢流坝消力池时均压强和脉动压强,沿消力池底板对称中心线布置一排测压孔,测点编号为测点 1~11。时均压强采用测压排量测,脉动压强测量仪器选用中国水科院研制的 DJ800 系统进行数据采集和处理,试验采样频率为 50 Hz,采样间隔为 0.02 s,采样点数为 4 096,采样时间为 81.92 s。结合采集数据,应用 Matlab 仿真软件并

使用傅里叶变换分析消力池水流脉动压强,得到水流脉动压强优势频率。

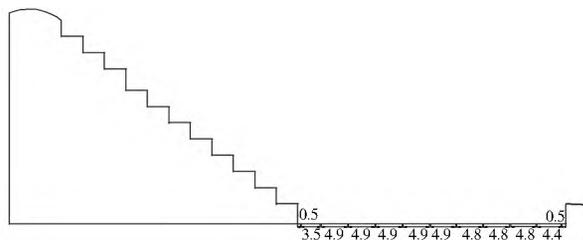


图 1 模型试验布置(单位:cm)

Fig. 1 Schematic diagram of model test (Units: cm)

2 时均压强分析

2.1 沿程分布

台阶式溢流坝消力池时均压强沿程变化见图 2 所示,图中 X/L 代表各测点距离消力池前端的距离与消力池总长度之比,数据分析物理量均为模型值,下文相同。从图中可以看出,作用在消力池底板上的时均压强均为正值。现以台阶高度 $h = 3.0$ cm 为例进行分析,在 $0.0091 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m}) < q \leq 0.0277 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ 时,根据文献[21]和试验观测分析可知,台阶阶段水流流态为滑行水流和过渡水流,其变化规律是时均压强从消力池前端开始先沿程逐渐增大,在水流冲击处(测点 2)出现一个较大值,最大为 0.926 kPa(原型值为 37.04 kPa),分析其原因是台阶阶段与消力池之间未设反弧段,下泄水流受惯性力作用直接冲击在测点 2 附近,形成水流冲击区,对消力池底板产生巨大冲击力,使时均压强迅速上升;随后时均压强逐渐减小,并在测点 4 附近出现一个极小值,主要原因是下泄水流受底板的阻挡作用发生反弹上翘,使时均压强迅速减小,形成极小区域;最后时均压强沿下游方向随水跃高度的增加而逐渐增大,并在消力池末端出现最大值,主要原因是水流受到尾坎的阻挡作用,加上坎后明渠高程过大,使水位发生雍高现象,造成该位置处时均压强最大。在 $q \leq 0.0091 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ 时,台阶阶段水流流态为跌落水流,下泄水流入池能量较低,惯性力较小,加上消力池内水垫的作用,水流能量无法传递给底板,使时均压强沿程变化较小。

2.2 上游来流量影响

对图 2 进一步分析发现,上游来流量是影响消力池底板时均压强大小的重要因素。在台阶高度 $h = 3.0$ cm 下,当 $0.0091 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m}) < q \leq 0.0277 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ 时,根据文献[21]和试验观测可知,台阶

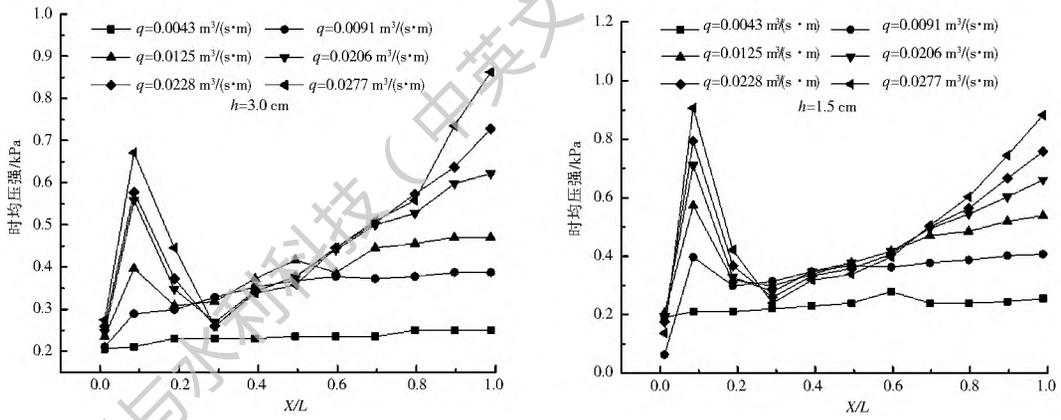


图 2 消力池时均压强沿程变化
Fig. 2 Development of time average pressure along the stilling basin

段水流流态为滑行水流和过渡水流,消力池内时均压强沿程变化规律基本一致,在测点 2 处,时均压强从 0.397 kPa(原型值为 15.88 kPa)变为 0.671 kPa(原型值为 26.84 kPa),可见水流冲击区时均压强随流量的增加而增大,主要原因是上游来流量越大,下泄水流惯性力越强,对消力池底板的冲击作用越大,使时均压强增大;冲击区下游反弹区出现极小值,其时均压强随流量的增加而减小,分析原因是上游来流量越大,水流反弹上翘越厉害,底板受到的作用力越小,时均压强也越小。当 $q \leq 0.0091 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ 时,台阶段水流流态为跌落水流,消力池内时均压强沿程变化较小,且随流量的增加而增大。同时发现,上游来流量越大,时均压强达到稳定所需距离越远,主要原因是上游来流量增加,入池水流能量增大,消耗水流能量的历时越长,促使水跃长度增加,达到稳定的位置不断后移。

2.3 台阶尺寸影响

为探讨台阶尺寸对消力池底板时均压强的影响,本文还研究了在相同坡度和流量下,不同台阶高度消力池时均压强沿程变化,如图 3 所示。从图中可以看出,不同台阶尺寸时消力池底板时均压强沿

程变化规律基本一致,均在水流冲击处(测点 2)出现一个较大值,其时均压强随台阶高度的改变而发生一定的变化;在 $q=0.0228 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ 时,改变台阶高度,测点 2 处时均压强增加百分比依次为 23%、12%,分析其原因是台阶高度不同,台阶式溢流坝面水流特性也不同,台阶高度降低,水流受台阶阻力的影响减小,上覆水流的惯性作用有一定的增强,冲击区时均压强有所增大,但整体上台阶尺寸对消力池内时均压强影响不大。

3 脉动压强分析

3.1 脉动压强强度

3.1.1 沿程分布

为描述水流脉动过程的紊动特性,把脉动压强测量数据的均方根称为脉动压强强度,它反映了脉动压强振幅的统计特征。消力池脉动压强强度沿程变化见图 4,试验结果表明,水流脉动压强强度沿下游方向先沿程逐渐增加,在水流冲击处(测点 2)脉动压强强度达到最大值,试验范围内最大为 0.367 kPa(原型值为 14.68 kPa),随后沿程逐渐降低,脉动压强强度在降低的总趋势下有时会出现小幅起伏,最后逐渐趋于稳定。在冲击区出现最大值的主要原因是台阶与消力池直接连接,下泄水流在惯性力作用下直接进入消力池,使水流发生强烈的分离和混掺,是消力池内水流紊动最大的区域,该区域发生破坏的可能性增加,应加强防护。

3.1.2 上游来流量影响

通过图 4 还可以看出,上游来流量是影响消力池脉动压强强度的重要因素,不同来流量条件下脉动压强强度沿程变化规律一致,脉动压强强度随上游来流量的增加而增大。在 $h=3.0 \text{ cm}$ 下,单宽流量 $q=0.0043 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ 时,水流冲击处(测点 2)脉动压强强度为 0.031 kPa(原型值为 1.24 kPa),

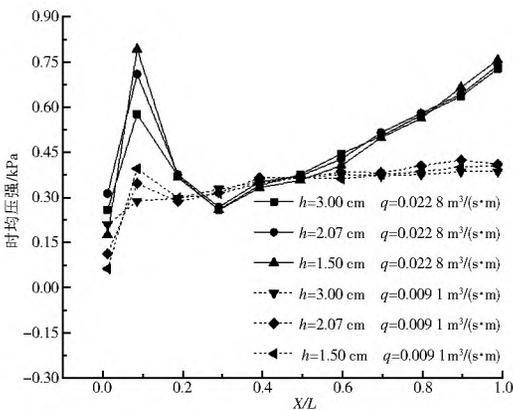


图 3 不同台阶高度消力池时均压强沿程变化
Fig. 3 Development of time average pressure along the stilling basin at different step heights

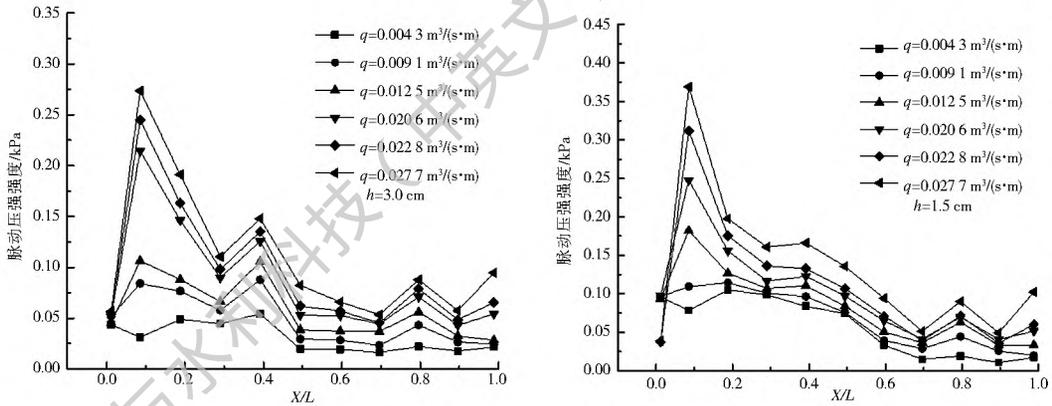


图 4 消力池脉动压强强度沿程变化

Fig. 4 Development of fluctuating pressure intensity along the stilling basin

而在 $q = 0.0277 \text{ m}^3 / (\text{s} \cdot \text{m})$ 时变为 0.274 kPa (原型值为 10.96 kPa), 可见消力池内脉动压强强度随流量的增加而增大, 分析其原因是上游来流量越大, 消力池内水流紊动越剧烈, 脉动压强幅值越大, 其脉动压强强度也越大, 该位置附近是消力池内脉动压强强度极大区域; 在流量较小时, 脉动压强强度沿程变化幅度降低, 主要原因是下泄水流能量较低, 对消力池底板影响减小。

3.1.3 台阶尺寸影响

在相同坡度和上游来流量下, 不同台阶高度消力池脉动压强强度沿程变化见图 5。从图中可以看出, 不同台阶高度时消力池底板脉动压强强度沿程变化规律一致, 在水流冲击区出现脉动压强强度最大值, 随台阶高度的降低而增大, 但增幅不大, 分析其原因是下泄水流受台阶的阻碍作用而降低其流速, 台阶高度升高, 阻力作用加强, 水流掺气效果较好, 入池水流惯性作用减弱, 水跃区水流紊动强度降低, 脉动压强强度有所减小; 在消力池末端, 脉动压强强度变化不到 7%, 整体上台阶尺寸对消力池底板脉动压强强度影响不大。

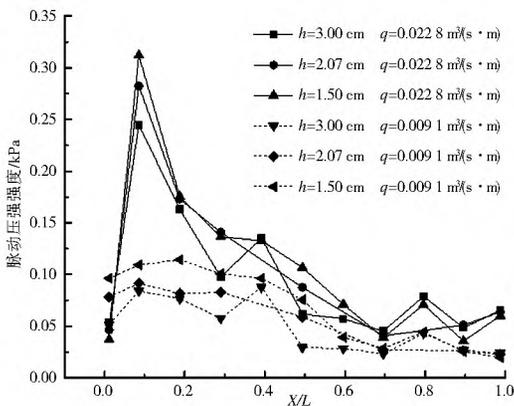


图 5 不同台阶高度消力池脉动压强强度沿程变化

Fig. 5 Development of fluctuating pressure intensity along the stilling basin at different step heights

3.2 脉动压强峰值变化

为了观测消力池脉动压强峰值沿程变化规律, 提取消力池内各测点量测时段内所测得的脉动压强最大值和最小值进行分析, 如图 6 所示。从图中可以看出, 脉动压强最大值沿程变化规律和脉动压强强度沿程变化规律基本一致, 沿下游方向先逐渐增加至最大值, 最大为 1.198 kPa (原型值为 47.92 kPa), 随后沿程逐渐减小, 并逐渐趋于 $0.3 \sim 0.5 \text{ kPa}$, 达到稳定; 脉动压强最小值沿程变化与最大值相反, 先沿程逐渐减小, 达到最小值后沿程逐渐增加, 并逐渐趋于 $-0.1 \sim -0.3 \text{ kPa}$, 达到稳定值。这主要原因是作用在消力池底板的脉动压强峰值变化与水流的冲击和紊动有关, 在水流冲击区内, 水流紊动剧烈, 脉动压强幅值变化较大, 最大为 2.20 kPa (原型值变化幅度为 88 kPa), 而其他区域脉动压强幅值变化较小。另外, 随着上游来流量的增加, 水流紊动加剧, 脉动压强峰值绝对值增大, 脉动压强幅值范围增加, 消力池末端幅值变化在 $0.4 \sim 0.8 \text{ kPa}$ 之间。

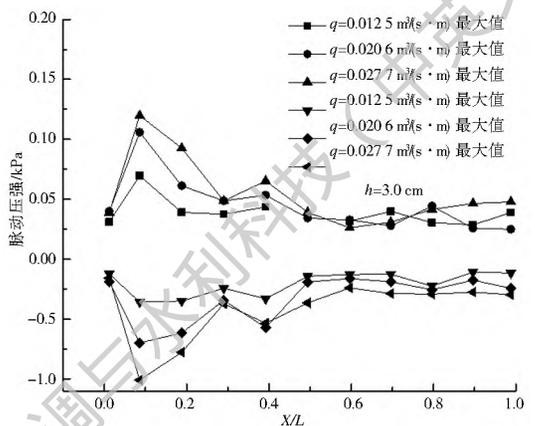


图 6 消力池脉动压强峰值沿程变化

Fig. 6 Development of peak fluctuating pressure along the stilling basin

3.3 频率特性

通过分析可知, 消力池脉动压强变化是一个平

稳各态历经的随机过程,其压强脉动属低频振动。消力池底板脉动频率受上游来流量的影响,其水流脉动优势频率为 0.01~4 Hz,远远小于台阶式溢流坝和消力池的自振频率,不会对泄水建筑物产生共振破坏。由于消力池底板水跃区脉动压强较大,使该部位水流

脉动优势频率大于其他部位。同时发现消力池底板压强脉动概率密度不是标准的正态分布,而是偏态分布,随着单宽流量的减小,概率密度分布曲线由矮胖型向瘦高型发展,说明脉动压强变化幅度逐渐降低。图 7 为不同单宽流量脉动压强密度分布。

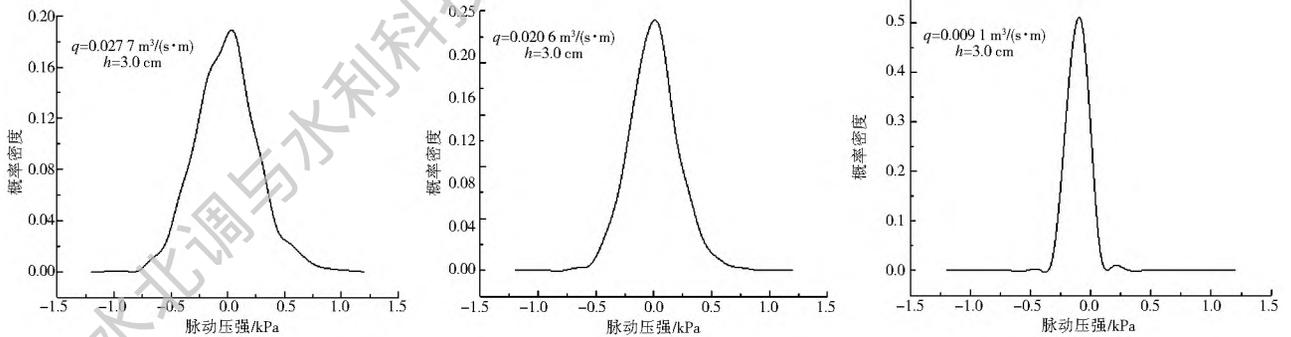


图 7 脉动压强密度分布

Fig. 7 Probability density distributions of fluctuating pressure

4 结论

本文通过水工物理模型试验方法,对台阶式溢流坝未设反弧段时消力池压强特性进行了研究。研究发现,在滑行水流和过渡水流时,时均压强在水流冲击区迅速增加,出现一个较大值,随上游来流量的增加增大,随后在下游反弹区出现极小值,随上游来流量的增加而减小;跌落水流时,消力池时均压强沿程变化较小,且随来流量的增加而增大;改变台阶尺寸,消力池内时均压强变化不大。脉动压强强度和峰值绝对值沿程变化规律基本一致,在水流冲击处(测点 2)达到最大值,脉动压强最大为 1.198 kPa,随后沿程逐渐减小,并趋于稳定,整体上随着上游来流量的增加而增大;改变台阶尺寸,消力池内脉动压强变化不大;消力池底板测点 2 附近压强较大且变化明显,是消力池内的最不利区域,应加强防护。消力池内水流脉动优势频率为 0.01~4 Hz,属低频振动,其概率密度不是标准的正态分布,而是偏态分布,不会对泄水建筑物产生共振破坏。

参考文献 (References):

[1] 艾克明. 台阶式泄槽溢洪道的水力特性和设计应用[J]. 水力发电学报, 1998(4), 86-95. (AI Ke ming. Hydraulic characteristics and design application of stepped chute spillways [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 1998, (4): 86-95. (in Chinese))

[2] Boes R M, Matos J, Ohtsu I, et al. Hydraulics of skimming flow on modeled stepped spillways [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000, 126(12): 947-954.

[3] Felder S, Chanson H. Energy dissipation down a stepped spillway with non uniform step heights [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2011, 137(11): 1543-1548.

[4] Boes R M, Lucas J, Hager W H. Aerated flow characteristics of skimming flow over stepped chutes [J]. Journal of Hydraulic Research, 2013, 51(6): 735-736.

[5] Gonzalez C A, Chanson H. Turbulence and cavity recirculation in air-water skimming flows on a stepped spillway [J]. Journal of Hydraulic Research, 2008, 46(1): 65-72.

[6] Kiyomars R, Samira A, Farzin S, et al. Modeling energy dissipation over stepped spillways using machine learning approaches [J]. Journal of Hydrology, 2014, 508: 254 - 265.

[7] 楚段段, 李可也, 解宏伟. 高海拔地区台阶式溢洪道的时均压强特性研究[J]. 青海大学学报: 自然科学版, 2015, 33(2): 36-41. (CHU Duanduan, LI Ke ye, XIE Hong wei. Mean pressure on stepped overflow dam at high altitude area [J]. Journal of Qinghai University: Natural Science Edition, 2015, 33(2): 36-41. (in Chinese))

[8] 伍平, 王波, 陈云良, 等. 阶梯溢洪道不同坡比消能研究[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2012, 44(5): 24-29. (WU Ping, WANG Bo, CHEN Yunliang, et al. Energy dissipation of skimming flow over stepped chutes with different slopes [J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2012, 44(5): 24-29. (in Chinese))

[9] 杨吉健, 刘韩生, 张为法, 等. 高海拔地区台阶式溢洪道水力特性研究[J]. 长江科学院院报, 2015, 32(10): 38-42. (YANG Jijian, LIU Han sheng, ZHANG Weifa, et al. Hydraulic characteristics of a stepped spillway at high altitude [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2015, 32(10): 38-42. (in Chinese))

[10] 王承恩, 张建民, 李贵吉. 阶梯溢洪道的研究现状及展望[J]. 水利水电科技进展, 2008, 28(6): 89-94. (WANG Cheng en, ZHANG Jianmin, LI Guiji. Trends of current research on the stepped spillway [J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2008, 28(6): 89-94. (in Chinese))

[11] 田嘉宁, 安田阳一, 李建中, 等. 台阶式溢洪道中跌落水流的消能[J]. 水动力学研究与进展 A 辑, 2004, 19(1): 114-119. (TIAN Jianing, IWAO Ohtsu, LI Jianzhong, et al. Energy

- dissipation in nappe flow on stepped spillways [J]. *Journal of Hydrodynamics A*, 2004, 19(1): 114-119. (in Chinese) DOI: 10.3969/j.issn.1000-4874.2004.01.019
- [12] 彭勇, 张建民, 许唯临, 等. 前置掺气坎式阶梯溢洪道掺气水深及消能率的计算[J]. *水科学进展*, 2009, 20(1): 63-68. (PENG Yong, ZHANG Jianmin, XU Weilin, et al. Calculation of aerated water depth and energy dissipation rate of a pre-aerator stepped spillway [J]. *Advances in Water Science*, 2009, 20(1): 63-68. (in Chinese) DOI: 10.3321/j.issn:1001-6791.2009.01.010
- [13] 黄智敏, 钟勇明, 朱红华, 等. 阶梯消能技术在广东省水利工程中的研究与应用[J]. *水力发电学报*, 2012, 31(1): 146-150. (HUANG Zhimin, ZHONG Yongming, ZHU Honghua, et al. Research and application of technology of stepped energy dissipators in the hydraulic projects of Guangdong province [J]. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2012, 31(1): 146-150. (in Chinese))
- [14] 张秋月, 冯源, 张洛, 等. Y型宽尾墩与阶梯溢流坝联合消能流场模拟[J]. *水力发电学报*, 2014, 33(5): 93-98. (ZHANG Qiuyue, FENG Yuan, ZHANG Luo, et al. Numerical simulation on Y-shape flaring piers and stepped spillway combined with flow field [J]. *Journal of Hydroelectric Engineering*, 2014, 33(5): 93-98. (in Chinese))
- [15] Yasuda Y, Takahashi K, Kobayashi J, et al. The effect of aerated inflow on characteristics of hydraulic jump in a sloping channel [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2002, 46: 601-605.
- [16] Meireles I, Matos J, Falco de M J. Pressure head and residual energy in skimming flow on steeply sloping stepped spillways [C]//In: IAHR, 31th Congress. Korea: Seoul, 2005: 2 654-2 662.
- [17] 魏文礼, 吕彬, 刘玉玲. 阶梯溢流坝和宽尾墩及消力池组合能的水流数值模拟研究[J]. *水动力学研究与进展 A 辑*, 2012, 27(4): 442-448. (WEI Wenli, Lyu Bin, LIU Yuling. Numerical simulation of flow on stepped spillway combined with flaring gate piers and stilling basin [J]. *Journal of Hydrodynamics A*, 2012, 27(4): 442-448. (in Chinese) DOI: 10.3969/j.issn1000-4874.2012.04.011
- [18] SL 155-2012, 水工(常规)模型试验规程[S]. (SL 155-2012, Test regulations for normal hydraulic model [S]. (in Chinese))
- [19] 吴智源, 张建蓉, 崔召, 等. 跌坎型底流消能工冲击区时均动水压强分布与抗冲磨强度确定[J]. *南水北调与水利科技*, 2015, 13(6): 1118-1123. (WU Zhiyuan, ZHANG Jianrong, CUI Zhao, et al. Distribution of time averaged dynamic water pressure and abrasion resistance in the impact zone of bottom flow dissipation with step down floor [J]. *South to North Water Transfers and Water Science & Technology*, 2015, 13(6): 1118-1123. (in Chinese) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2015.06.021
- [20] 陆杨, 刘焕芳, 金瑾, 等. T形墩消力池消能率的计算及优化设计试验[J]. *水利水电科技进展*, 2012, 32(6): 42-45. (LU Yang, LIU Huanfang, JIN Jin, et al. Study on calculation of energy dissipation ratio and optimal design test of stilling basin with T-shape baffle [J]. *Advances in Science and Technology of Water Resources*, 2012, 32(6): 42-45. (in Chinese) DOI: 10.3880/j.issn.1006-7647.2012.06.011
- [21] Ohtsu I, Yasuda Y, Takahashi M. Discussion of onset of skimming flow on stepped spillways [J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2001, 127(6): 522-524.

(上接第125页)

- [15] 王泽龙. 北京市小汤山地区地温场特征及地下水成因模式分析[D]. 北京: 中国地质大学(北京), 2014. (WANG Zelong. Numerical characteristics of the geothermal field and formation of the thermal groundwater in the Xiaotangshan area of Beijing, China[D]. Beijing: China University of Geosciences, Beijing, 2014. (in Chinese))
- [16] Holzer T L. Elastic expansion of the lithosphere caused by groundwater depletion[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1979, 84(89): 4689-4698.
- [17] Timoshenko S, Goodier J N. *Theory of elasticity* [M]. New York: McGraw-Hill, 1951.
- [18] Birch F S. Compressibility elastic constants in hand book of physical constants [M]. Colorado: Geological Society of America, 1966.
- [19] Gutenberg B. *Internal constitution of the Earth* [M]. New York: John Wiley and Sons, 1951.