

DOI: 10.13476/ j. cnki. nsbdqk. 2017.04.022

江婷, 沈振中, 聂柏松, 等. 基于离散元法的顺层岩质边坡的地震响应分析[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(4): 136 141. JIANG Ting, SHEN Zhen zhong, Nie Bai song, et al. Analysis of seismic responses of bed ding rock slope based on DEM[J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2017, 15(4): 136 141. (in Chinese)

基于离散元法的顺层岩质边坡的地震响应分析

江 婷1,沈振中1,聂柏松2,刘 冲3,谈家诚4

(1.河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室,南京 210098; 2. 中国电建集团华东勘测设计研究院 有限公司,杭州 310000; 3. 河海大学水利水电学院,南京 210098; 4. 河海大学 大禹学院,南京 210098)

摘要:基于离散元法,结合某水电站厂房后缘顺层岩质边坡工程,研究缓倾角多结构面岩质边坡的地震响应规律及 镭杆的加固效果,提出了该边坡抗震加固优化方案。研究表明:未加固顺层块状岩质边坡在地震过程中位移呈现阶 梯式增长,地震结束时刻边坡岩块松散崩落;加固后边坡位移显著减小,且能在地震作用下保持稳定;锚杆的剪力响 应与其附近结构面的相对位移相关性强,表明锚杆附近岩层面间的相对位移是激发镭杆加固作用的主要因素,在坡 面出露且出露点低的岩层面在地震作用下相对位移较大,对应的锚杆承受剪力也较大,据此可更合理地布置锚杆。 关键词: 岩质边坡;结构面;离散元法;地震响应;锚杆;加固

中图分类号: TU 457 文献标识码: A 文章编号: 1672-1683(2017) 04 0136 06

Analysis of seismic responses of bedding rock slope based on DEM

JIANG Ting¹, SHEN Zherr zhong¹, Nie Bair song², LIU Chong³, TAN Jiar cheng⁴

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Power China H uadong Engineering Corporation Limited, Hangzhou 310000, China;

3. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

4. College of Dayu, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: The seismic responses and anchor reinforcement effects of a bedding stereoplasm rock slope with multiple structural planes behind the powerhouse of a hydro power plant by use of the DEM, and a optimal layout plan of the anchors is proposed. The research shows that displacements of the unreinforced bedding stereoplasm slope under seismic action is present the stepped increases, and the rock blocks fall at the end of earthquake. Displacements of reinforced slope diminish significantly, and the slope can remain stable in the earthquake. The shear force response of the anchor elements shows good agreement with the relative displacement response of the lay of terrain around the anchor element, which means that the relative displacement of the lay of terrain determine the steppe of the lay of terrain emerging on slope surface and at a lower elevation is larger so that the shear force of the corresponding anchor is larger. Hereby this paper put forward the reasonable arrangement schemes of the anchor.

Key words: rock slope; structural plane; DEM; seismic response; anchor; strengthening

收稿日期: 2016-05-13 修回日期: 2016-08-14 网络出版时间: 网络出版地址:

作者简介: 江 婷(1993-), 女, 福建福州人, 博士研究生, 主要从事岩上工程及数值模拟方面研究。 Email: 785242128@ qq. com 通讯作者: 沈振中(1968-), 男, 江苏吴江人, 教授, 博士生导师, 主要从事水工建筑物变形和应力分析。 E-mail: 992030023@ qq. com

基金项目: 江苏省自然科学基金青年基金(BK2012410); 国家自然科学基金(51179062); 江苏高校优势学科建设工程资助项目(3014 SYS1401); 中央高校基本业务费用项目(2014B11914)

Funds: Young Fund of Jiangsu Natural Science Foundation of China(BK2012410); National Natural Science Foundation of China(51179062); Project Supported by the Preponderant Subject Construction Project of Universities in Jiangsu(3014-SYS1401); Basic Business Expense Project of Central University(2014B11914)

节理化缓倾角岩质边坡在水电工程中大量存 在,地震诱发其失稳是影响水电工程建设顺利进行 的关键问题^[14]。加强对地震作用下边坡的动力响 应研究,为边坡稳定进行预报预警提供力学理论依 据,极具工程意义^[58]。

岩质边坡位移的动力响应较为复杂,目前主要 通过现场监测法、模型试验法和数值模拟法得到边 坡位移动力响应。现场监测方法是最直接的方法, 可信度高,但由于地震的不可预测性和监测周期长 的原因,现场监测方法人力和物力成本较高。室内 模型试验不必进行复杂全尺寸试验来获得真实试验 成果,比较经济,但目前大多进行的是简单概化的模 型试验研究, 地质条件与加载条件较单一, 无法精确 模拟实际工程。数值模拟方法可以模拟分析复杂岩 土体内部的响应现象和破坏机理,并把结果展示出 来,因而许多工程中应用较多的是基于数值模拟方 法来进行边坡位移动力响应的。数值模拟法主要有 有限元法和离散元法等。例如张江伟^[9]利用有限元 法,基于强度折减法探讨了边坡在地震作用下的稳 定性判定方法;彭宁波^[10]等采用 FLAC^{3D}分析了波 型以及振幅、及频率等地震参数对顺层岩质边坡的 动力响应的影响;廖少波^[11] 等采用 3DEC 软件,基 于离散元方法分析地震波在节理岩体中的传播特 性,揭示地震作用对块状岩质边坡稳定性的影响机 制;郑允^[12]等采用 UDEC 软件提出一种计算爆破 开挖时岩质边坡安全系数的节点拟静力法,提出利 用最大节点位移时程曲线来判断边坡临界状态。

目前对岩质边坡的失稳判据已有了较深入的研究,一旦发现边坡存在失稳可能便要采取加固措施, 而利用锚杆进行边坡治理是最常用的方法^[515],但如 何合理有效地布置锚杆是加固设计的难题。本文基 于离散元法,结合某水电站工程,应用通用离散元程 序对地震作用下岩质边坡加固前后的动力响应进行 研究,分析地震作用下加固与未加固边坡的位移状 况以及锚杆的受剪情况,提出锚杆优化布置的建议。

1 离散元法动力计算模型

离散元法在连续介质力学的基础上,加入接触的概念,并将其作为连续体之间的边界,并采用连续力学方法描述连续体和接触的力学行为^[1617]。在UDEC模型中,把岩体定义为相互接触的块体的组合,块体代表岩体物理力学性质,接触代表结构面两侧块体间的相互作用。结构面的切向刚度较低,可不断地调整结构面的物理力学参数(如切向刚度、法向刚度、内摩擦角、黏聚力等)从而不断地改变结构面宏

观物理力学性能,从而使模型不断地接近实际构造。

UDEC软件将岩体模型剖分成块体,将块体定 义为可变形的,再讲块体划分为由有限差分的三角 形单元组成的网格,在计算过程中单元各节点都是 可以运动的。当研究区域的边界条件及作用力系改 变时,一些块体将产生加速度并发生位移,块体的位 置将改变,移动后的块体将与其周围的块体发生"叠 合",出现新的作用力系,随着力的传递,更多的块体 发生位移。

1.1 差分网格构建

生成三角形有限差分网格时应特别注意网格尺 寸的选取,选用较小的网格尺寸可以提高计算精度, 但使用内存大,计算时间久;网格尺寸太大,又可能 发生地震波的传播失真。从原则上说认为,离散单 元法网格的尺寸应满足 Kuhemeyer 和Lysmer 提出 的下要求^[18]:

$$\Delta l \leq \frac{\lambda}{10} \quad \frac{\lambda}{8} \tag{1}$$

式中: λ 为波的最高频率相应波长, 即最小波长; c 为 波速; f 为波的频率; Δ 为沿地震波传播方向的单 元网格最大长度。

1.2 锚杆结构模拟

UDEC 软件中采用 cable 单元^[19] 来模拟锚杆,即 通过对锚杆、浆体和岩体单元边界的节点的相对位 移,表示锚杆、灌浆体以及岩土体之间的相对滑动。 在建模计算过程中,锚杆被分为许多双弹簧单元,弹 簧 1 表述锚杆单元之间的拉拨力,弹簧 2 表述锚杆单 元与砂浆间的黏结力,见图 1。通过这些单元物理力 学性质和位移可求出锚杆的变形情况和应力状态。



图 1 锚杆结构模型 Fig. 1 The model of an chor structure

1.3

边界条件确定与地震波输入 固定边界会反弹地震波,而黏滞边界^[20]是在模 型边界施加法向阻尼器和切向阻尼器,阻尼器产生 切向力和法向黏性力,将反射波引起的应力抵消,能 够达到吸收入射波能量的目的。因此地震响应计算 时须采用黏滞边界。

在地震响应计算前须对地震波进行基线校正和 滤波处理。基线校正是在原始地震波时程上加入一 个低频的多项式函数波型,使动力计算结束后模型速 度和加速度为零。滤波处理是滤掉地震波中的高频 部分,因为通过功率谱分析发现输入地震波的低频部 分的能量占了地震波总能量的绝大部分,而且离散化 的介质存在能量传播的上限频率,只有当输入的荷 载频率小于这个上限频率时计算结果才有意义。

2 工程实例

2.1 地质工程概况

某水电站主厂房后缘边坡,开挖后形成高约30 m 的顺层块状岩质边坡。根据工程地质勘察报告 可知,一级、二级和三级边坡的倾角分别是72°、53° 和72°,由倾角为56°的连续等距岩层面组和倾角为 146°的不连续等距节理组切割形成块状边坡。该边 坡具备有该类边坡的一般特点,即岩性单一,边坡结 构面主要是层面和节理,节理的间距与层厚成正比, 层面结合程度较好,在地震作用下可能发生局部崩 塌性破坏.危及厂房安全。根据边坡工程地质情况 和可能的破坏型式以及锚杆布置情况,在对其合理 简化的基础上,建立如图2所示的剖面。岩体和结 构面物理力学参数见表1和表2。工程中采用全长 粘结式砂浆锚杆,其布置间距为25m、锚杆布设角 度和长度见表 3, 锚杆物理力学参数见表 4。岩体材 料采用理想弹塑性模型,破坏准则为 M-C 准则,采 用面接触的Coulomb滑动模型模拟边坡的结构面



图 2 边坡节理面、结构面、锚杆布置

Fig. 2 Arrangement of joint surface, structure plane and anchor bolt of slope

和节理面。为研究边坡的地震下的动力响应,在边 坡坡面布设一系列考察点 P1~ P7。

表1 岩体物理力学参数

Tab. 1	Physical and mechanical parameters of rock mass						
密度 /(kg•m ⁻³)	体积模量 /GPa	剪切模量 /GPa	内摩擦角 (°)	黏聚力 /MPa			
2 880	21.32	14. 52	21	2.5			

表 2 结构面物理力学参数

 $T\ ab\ .\ 2 \quad Phy\ sical\ and\ mechanical\ parameters\ of\ structural\ plan\ e$

结构面	法向刚度 /(GPa•m ⁻¹)	切向刚度 /(GPa•m ⁻¹)	内摩擦角 (°)	黏聚力 /kPa
岩层面	15	10	35	50
节理面	20	16	30	9

表 3 锚杆角度及长度

Tab. 3 Angle and length of anchor rod

Tuble Hingle and length of allenet for								
立 日	彩位		角度(°)	长	度/ m			
-4	吸边坡	1	20		12			
<u> </u>	吸边坡	XXT	30		12			
三约	吸边坡	ST.	20		10			
表 4 锚杆物理力学参数 T ab. 4 Physical and mechanical parameters of rock bolt								
锚杆面 积/m ²	弹性模 量/ GPa	极限抗拉 强度/MPa	极限抗剪 强度/MPa	砂浆黏结 力/(N/m ²)	砂浆黏聚 力/KPa			
0.001	100	500	350	109	15			

设定黏滞边界的局部阻尼系数为 0. 157。本工 程的抗震设防烈度为 8 度,设计基本地震加速度为 0 2 g,场地类别为 0 类^[21],结合模型模态分析结果 选取符合实际情况的 Kobe 地震波。利用 Seismo-Signal 软件做基线校正和滤波处理,得到的地震波 时程见图 3,加速度峰值为 2 m/s²。



2.2 加固前边坡的动力响应特性

监测点位移时程曲线见图 4, 地震结束时刻边 坡单元节点位移情况见图 5。位移矢量图中, 箭头 方向表示相应节点的位移方向, 箭头长度表示位移 的大小, 标尺表示箭头长度与位移值的换算比例。



图 5 地震结束时刻边坡位移矢量图

Fig. 5 Slope displacement vector diagram at the end of earthquake $% \left[{{{\rm{B}}_{{\rm{B}}}} \right]$

在地震过程中, 未加固顺层块状岩质边坡的监测点位移在 3~5 s、9~10 s、14~16 三个时间段突 增, 其他时间段保持平稳, 呈现阶梯式增长, 这说明 位移具有累积效应, 边坡岩块崩落发生在岩块位移 累积到一定值时, 而不是地震加速度最大时。在地 震结束时刻, 一级边坡坡面岩块松散滑移崩落, 部分 已滑落到坡脚, 边坡处于不稳定状态。一级边坡上 的岩块易滑移崩落, 是因为在地震过程中, 岩块所处 位置越低处, 所处位置为潜在滑动面时滑动体积越 大, 越易滑动。由分析可知, 该边坡需进行加固。

2.3 加固后边坡的动力响应特性

2.3.1 边坡位移响应分析

UDEC 能够记录边坡在地震过程中任意时刻 下位移最大的节点的位移值,加固前后的边坡最大 位移时程曲线见图 6,加固后地震结束时刻边坡单 元节点位移情况见图 7。

全长粘结式锚杆与周围岩体有很大的粘结刚 度,能承受很大的轴向拉拨力,使锚杆在地震过程中 不发生滑脱。在地震结束时刻,加固前边坡发生破 坏,其最大位移值达到11.97 m,此时坡体的最大位 移代表坡体岩块的最大滑落距离;加固后边坡坡面 完好、未发生岩块滑落,最大位移为020 m,比未加 固边坡减少了近98%,且最大位移曲线趋于平稳没 有上升趋势。这表明锚杆加固效果显著,加固后边 坡在地震作用下未发生破坏。



图 6 加固前后的边坡最大位移时程曲线 Fig. 6 Curve of maximun displacement of slope before and after consolidation





2.3.2 锚杆剪力分析

对于顺层边坡,全长粘结式锚杆的主要作用是 阻止边坡岩体沿着层面滑动破坏,即抗剪作用大于 抗拉作用,故本文重点分析锚杆的剪力。典型时刻 各锚杆最大剪力时程曲线见图 8,地震结束时刻锚 杆剪力分布情况见图 9,锚杆截面上的剪力对锚杆 上任意一点矩为顺时针转向时为正,反之为负。



Fig. 8 The sheer force value of anchor at representative time

地震作用下, 岩层面错动较大因此岩层面附近 锚杆剪力较大。当锚杆穿过多个岩层面时, 锚杆与 在坡面出露的岩层面相交的部位剪力较大, 且出露 点越低剪力越大, 因为出露点越低的岩层面为潜在 滑动面时滑动体积越大, 结构面相对位移越大。结 合边坡的具体情况分析可知, 第一级边坡的锚杆剪 力最大, 第三级边坡上锚杆剪力次之, 第二级边坡上 的锚杆剪力最小, 这和计算结果相吻合。



图 9 地震结束时刻各锚杆剪力分布 Fig. 9 Anchor sheer force diagram at the end of earthquake

2.4 加固锚杆布置优化

加固后边坡在给定的地震荷载下能保持稳定, 但从岩层面对岩质边坡动力响应影响及加固后边坡 的锚杆剪力分析来看,工程中所采用的加固措施可 以适当优化:

(1) 第二级边坡坡度较缓, 且坡面并无岩层面出 露, 锚杆的加固作用并没有充分发挥, 地震结束时刻 各锚杆最大剪力值也验证这个推论, 第二级边坡的 锚杆最大剪力仅为 34 KN。因此, 可考虑不在该级 边坡布置锚杆;

(2) 第三级边坡最下部 3 支锚杆所穿过的岩层 面面在整个边坡坡面均未出露, 这三支锚杆的抗震 加固作用也没有充分发挥, 且地震结束时刻这 3 支 锚杆的最大剪力仅为 15.7kN。因此, 可考虑不布 置编号为 5、6、7 的 3 支锚杆;

(3) 对于第三级边坡最上部编号为 1、2、3 和 4 的 4 支锚杆,从地震结束时刻锚杆剪力值上看,最大 剪力只有 56,相对较小,但这 4 支锚杆均穿过了在 第三级边坡坡面出露的岩层面,取消这 4 支锚杆可 能会导致坡体沿岩层面滑动,所以不能取消布置这 4 支锚杆。

综上,取消布置编号为 5~14 的锚杆。

2.5 优化加固后边坡的动力响应特性

优化加固后地震结束时刻边坡单元节点位移情况见图 6,优化加固前后最大位移时程曲线见图 7。

在地震过程中,优化加固边坡未发生破坏,其位 移和原加固边坡位移在方向和大小上基本保持一 致。地震结束时刻优化加固后的边坡保持稳定,其 最大位移时程曲线趋于稳定值,大小为0.21m,仅 比原加固边坡多了001m。可判断优化加固方案 与原加固方案效果相差不大,均能使边坡在给定地 震荷载下保持稳定。



图 10 地震结束时刻边坡位移矢量图





before and after optimal consolidation

3 结论

对边坡进行地震响应过程模拟,有助于人们及 时采取适当的加固措施,避免灾难发生。本文采用 UDEC,针对某水电站厂房后缘顺层块状岩质边坡, 计算分析了缓倾角多结构面复杂岩质边坡的动力响 应规律及锚杆的加固效果。主要结论如下:

(1)离散元法能够很好地模拟含有岩层面、节理 面等非连续结构面的岩质边坡的动力响应,即可以得 到任何时刻下坡体与锚杆单元各节点的变形状态与 应力状态,模拟出坡体渐进破坏的过程,其非连续性 的破坏特征是有限元法等连续性方法所难以模拟的。

(2) 基于该方法研究发现: 未加固顺层块状岩质 边坡在地震作用下, 其破坏模式以一级边坡上局部 岩块掉落为主, 因为有岩层面出露且出露点低的坡面 部位更可能发生岩块滑落。而加固后边坡能够在地 震作用下保持稳定。穿过在坡面出露的岩层面的锚 杆才能真正发挥作用, 据此可优化锚杆的布置方案。

在其他工程中, 岩质边坡的结构面分布形式多 样, 其破坏形式也很多。本文只是讨论了顺层块状 岩质边坡加固前后的地震响应情况, 而在其他结构 面分布形式下的边坡稳定性则有待进一步研究。

参考文献(References):

[1] 言志信,张森,张学东.地震边坡失稳机理及稳定性分析探讨
 [J].工程地质学报,2010,18(6):844850.(YAN Zhirxin,

• 164 • 水利工程研究

ZHANG Sen, ZHANG Xue dong . Failure mechanism and stability analysis of slope under earthquake[J]. Journal of Engineering Geology, 2010, 18(6): 844 850. (in Chinese))

- [2] 石崇,王盛年,刘琳. 地震作用下陡岩崩塌颗粒离散元数值模拟研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2013, 32(增1): 2798-2805.
 (SHI Chong, WANG Sheng nian, LIU Lin. Research of avar lanche disaster numerical simulation based on granular discrete element method of high steep slope under seismic loads[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2013, 32 (s1): 2798-2805. (in Chinese))
- [3] 贺续文,刘忠,廖彪,等. 基于离散元法的节理岩体边坡稳定性分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(7): 2199 2204. (HE Xurwen, LIU Zhong, LIAO Biao. Stability analysis of jointed rock slopes based on discrete element method[J]. Rock and Soil Mechamics, 2011, 32(7): 2199-2204. (in Chinese))
- [4] 宁宇, 徐卫亚, 郑文棠. 应用离散元强度折减对复杂边坡进行稳定性分析[J]. 岩土力学, 2007, 28(增): 569 574. (NING Yu, XU Werya, ZHENG Werrtang. Application in complicated high slope with strength reduction method based on discrete element method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2007, 28(s): 569-574. (in Chinese))
- [5] 刘天苹,李世海,刘晓宇.节理化岩质边坡随机结构面有限元和 离散元耦合计算方法研究[J].岩石力学与工程学报, 2014, 33 (增1): 3114 3122.(LIU Tiarr ping, LI Shi hai, LIU Xiao yu. Study of dem and fem combination method for stochastic structural plane in jointed rock slope[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2014, 33(s1): 3114 3122.(in Chinese))
- [6] He J M, Li S D, Yin Y P. Study of seismic response of colluvi um accumulation slope by particle flow code[J]. Granular Matter, 2010, 12: 483-490 (10. 1007/s1003501002138)
- [7] 杨国香,伍法权,董金玉.地震作用下岩质边坡动力响应特性及变形破坏机制研究[J].岩石力学与工程学报,2012,31(4):
 696 702.(YANG Guorxinag, WU Farquan, DONG Jirryu. Study of dynamic response characters and failure mechanism of rock slope under earthquake[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(4): 696 702.(in Chinese))
- [8] 郑颖人,叶海林,黄润秋,等. 地震边坡稳定性分析探讨[J]. 地震工程与工程振动, 2010, 30(2):66-73. (ZHENG Ying ren, YE Hairlin, HUANG Rurrqiu, et al. Study on the stability ar nalysis of earthquake slope[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2010, 30(2):66-73. (in Chinese))
- [9] 张江伟. 土质边坡地震动力响应特牲分析及稳定性评价[D]. 北京:中国地震局地球物理研究所, 2015(ZHANG Jiang wei, Seismic dynamic response analysis and stability evaluation of soil slope[D]. Beijing: Institute of Geophysics, China Earthr quake Administration, 2015. (in Chinese))
- [10] 彭宁波. 锚固岩质边坡地震动力响应及锚固机 理研究[D]. 兰州: 兰州大学, 2014. (Peng Ningbo, Study on seismic resporr ses and anchoring mechanism of anchored rock slope[D]...Lanzhou: Lanzhou University, 2014. (in Chinese)

- [11] 廖少波. 强震作用下块状岩体边 坡稳定性研究[D]. 武汉: 中国地质大学, 2013. (LIAO Shao bo. Study on stability of block rock slope under strong earthquake[D]. Wuhan: China University of Geosciences, 2013. (in Chinese)
- [12] 郑允,陈从新,朱玺玺,等.基于 U DEC 的岩质边坡开挖爆破 节点拟静力稳定性计算方法[J].岩石力学与工程学报,2014, 33(增3):3932-3940. (ZHENG Yun, CHEN Cong xin, ZH U Xi xi, et al. Node quasi static stability analysis of rock slope underExcavation blasting based on udec[J]. Chinese Journal of Rock M echanics and Engineering, 2014, 33 (s3): 3932 3940. (in Chinese))
- [13] 叶海林,郑颖人,黄润秋,等. 岩质边坡描杆支护参数地震敏感性分析[J]. 岩土工程学报, 2011, 28 (9): 1374 1379. (YE Hai lin, ZHENG Ying ren, HUANG Rurr qiu, et al. Sensitivity analysis of parameters for bolts in rock slopes under earthr quakes [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 28(9): 1374 1379. (in Chinese))
- [14] 吴月秀,刘泉声,卢海峰,等. UDEC中 Saebr Amadei 节理本构 模型的二次开发[J]. 岩石力学与工程学报, 2012, 31(增1): 3022 3030. (WU Yue xin, LIU Quar sheng, LU Haifeng, et al. Implementation of saebramadei model into user definedjoint constitutive model in udec, [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2012, 31(s1): 3022 3030. (in Chr nese))
- [15] 高保彬,高佳佳,袁东升. 基于 UDEC 的大采高覆岩破裂的模拟与分析[J].湖南科技大学学报:自然科学版,2013,28(2): F6.(GAO Bao bin, GAO Jiar jia, YUAN Dong sheng. Simulation and analysis of overlying strata fracture in large mining height top coal caving face of coal seams based on UDEC[J]. Journal of Hunan University of Science & Technology: Natural Science Edition, 2013, 28(2): F6.(in Chinese))
- Eberhardt E, Stead D, Coggan J S. Numerical analysis of initiation and progressive failure in natural rock slopes the 1991
 Randa rockslide[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41: 69 87 (10. 1016/S1365 1609 (03) 00076-5).
- [17] Bonillar Sierra V, Scholtes L, Donze FV. DEM analysis of rock bridges and the contribution to rock slope stability in the case of translational sliding failures [J]. International Journal Of Rock M echanics And Mining Sciences, 2015, 80: 67-78.
- [18] Kuhlmeyer R L, J. Lysmer. Finite Element Method Accuracy for Wave Propagation Problems[J]. soil Mech & Foundations Div, ASCE, 1973, 99: 421-427 (10. 1007/s11803013-01967).
- [19] Itasca Consulting Group Inc. Theory and background [Z].
 Minnesota: Itasca Consulting Group, 2002.
- [20] Cundall P. A. UDE G A generalized District Element Program for Modeling Jointed Roc[Z]. European Research Office, U. S. Army. 1980.
- [21] SL203 97. 水工建筑物抗震设计规范[S].(SL203 97. Code for seismic design of hydraulic structures.(in Chinese))