



DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2017.04.031

袁帆, 刘元会, 郭建青. 利用单纯形粒子群算法识别二维河流水质参数[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(4): 193-197, 202. YUAN Fan, LIU Yuanhui, GUO Jianqing. Simplex particle swarm algorithm for parameter estimation of two dimension water quality model of river[J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2017, 15(2): 193-197, 202. (in Chinese)

# 利用单纯形-粒子群算法识别二维河流水质参数

袁帆<sup>1</sup>, 刘元会<sup>1</sup>, 郭建青<sup>2</sup>

(1. 长安大学 理学院, 西安 710064; 2. 长安大学 环境科学与工程学院, 西安 710051)

**摘要:** 将单纯形-粒子群混合算法应用于分析二维河流横向扩散情况下的水团示踪试验数据, 估计河流的横向扩散系数、断面平均流速和污水排放位置。数值试验结果表明: (1) 加速因子  $c_1, c_2$  和参数初值取值范围综合影响粒子的搜索能力, 当加速因子  $c_1 = c_2 = 1.72$  时, 有利于保持粒子的搜索能力; (2) 在同样的条件下, 混合算法的时间性能指标值小于单一的粒子群优化算法; (3) 参数初值的取值范围对混合算法收敛性几乎没有影响; (4) 混合算法可以有效地应用于河流水质数学模型参数识别问题。混合算法能改善粒子群算法在迭代后期出现的收敛速度慢、早熟的不足, 是分析河流水质模型参数的一种有效方法。

**关键词:** 河流水质模型; 单纯形算法; 粒子群算法; 混合算法; 时间性能指标

**中图分类号:** TV211.1    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1672-1683(2017)04-0193-05

## Simplex-particle swarm algorithm for parameter estimation in two-dimensional water quality model of river

YUAN Fan<sup>1</sup>, LIU Yuanhui<sup>1</sup>, GUO Jianqing<sup>2</sup>

(1. College of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, China;

2. School of Environmental Science & Engineering, Chang'an University, Xi'an 710051, China)

**Abstract:** Simplex-particle swarm hybrid algorithm (SM-PSO) was applied to analyze the experimental data of water quality of river in two-dimensional transverse dispersion, and to estimate the transverse dispersion coefficient, mean velocity of river, and location of continuous pollutant discharge. The results of numerical experiment show that: (1) SM-PSO algorithm can be effectively employed to analyze the experimental data of water quality and estimate water quality parameters. (2) Under the same condition, the time performance indicator of SM-PSO is less than that of PSO algorithm. (3) The range of initial guess value of water quality parameters has little influence on the convergence speed. (4)  $c_1, c_2$  and the range of initial guess value have synthetic influences on the search capability in operation. When  $c_1 = c_2 = 1.72$ , the search capability can be kept properly. SM-PSO algorithm can overcome the problem of PSO algorithm where it easily drops into local convergence and premature convergence. The hybrid algorithm was proved to be an effective way to estimate parameters for river water quality models.

**Key words:** water quality model of river; simplex algorithm; particle swarm algorithm; hybrid algorithm; time performance indicator

河流水质参数可以反映河流水体的物理、化学和生物动力学过程, 是建立河流水质数学模型、进行河流水质预报和对河流水质状态进行有效控制的基

本参数。获得水质参数的主要途径有: 经验公式法、理论公式法和示踪试验法。前两者由于移植性差、误差大、耗费的人力和财力巨大, 因而国内外许多学

收稿日期: 2016-07-03    修回日期: 2016-11-23    网络出版时间: 2016-06-00

网络出版地址:

基金项目: 国家自然科学基金(11171043)

Fund: National Natural Science Foundation of China(11171043)

作者简介: 袁帆(1990), 女, 陕西延安人, 主要从事最优化理论与方法研究。E-mail: cadxyf@sina.com

通讯作者: 刘元会(1964), 男, 陕西咸阳人, 教授, 主要从事水文地质的数学方法研究。E-mail: chdlyh@126.com

者一般采用示踪试验法进行水质参数估计。针对一维河流水团示踪试验的数据分析方法有:单站法、双站法、演算法<sup>[1]</sup>、直线图解法、相关系数极值法<sup>[2]</sup>、随机搜索算法<sup>[3]</sup>、模糊线性回归法<sup>[4]</sup>、改进的人工鱼群算法<sup>[5]</sup>、差分单纯形法<sup>[6]</sup>等。然而,实际中河床较为不规则,应用一维河流水团示踪试验进行参数估计会导致较大的误差。目前有关二维河流水团示踪试验,确定河流横向扩散系数的方法较少,主要有矩法<sup>[7]</sup>、直线图解法、相关系数极值法<sup>[8]</sup>等,这些方法在实际求解中都有一定的局限性<sup>[9]</sup>。智能优化算法的出现,为解决二维河流水质参数问题提供了很大的方便。例如:模拟退火算法<sup>[10]</sup>、粒子群优化算法、人工神经网络算法<sup>[11]</sup>、混沌粒子群算法<sup>[12]</sup>、人工根系算法<sup>[13]</sup>等都被用来进行水文参数识别。

粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)<sup>[14-15]</sup>最早是由Eberhart和Kennedy基于群鸟觅食提出的,适用于求解不可微、非线性和多峰值的复杂优化问题,是一种基于迭代的群体寻优算法。算法可以同时利用个体局部信息和群体全局信息指导搜索,收敛速度快。但是,该算法存在早熟收敛现象和在迭代后期易出现震荡的缺点,不能绝对保证搜索到全局最优解。针对这些问题,国内外许多学者又做了大量工作,提出了许多的改进算法<sup>[16-19]</sup>;单纯形法(Simplex Method, SM)<sup>[20]</sup>做为一种不用计算梯度,只需计算凸多边形顶点适应度值的局部寻优算法,具有局部搜索能力强,计算量小的优点。为了改进粒子群优化算法的性能,本文将单纯形算法引入到粒子群优化算法中,构造了单纯形-粒子群混合算法(SM-PSO),对算法参数进行扰动分析,观察其收敛性的变化,进而确定合理的算法参数,然后对比分析单一的PSO算法和SM-PSO混合算法的时间性能指标和收敛率。

## 1 单纯形-粒子群混合算法

### 1.1 单纯形和粒子群优化算法简介

单纯形算法也可称为可变多面体搜索法,是一种通过当前数据来确定搜索方向的局部搜索方法。其基本原理是:在 $n$ 维欧氏空间中,构造一个包含 $n+1$ 个顶点的凸多面体,求出每一个顶点的适应度值,并确定其中的最优点、次优点和最差点,然后利用反射、延伸、压缩等策略找到一个较好点,将最差点取代,构成新的多面体。这样重复迭代直到找到或逼近一个最优点。

粒子群算法是一种强调群体性、协作性的智能优化算法。该算法首先在可行域空间中初始化一群

粒子,用位置、速度和适应度值三项指标表示每个粒子特征。粒子飞行的速度由个体的飞行经验以及群体的飞行经验动态调整,粒子位置代表函数优化问题中的一个潜在最优解,适应度值代表粒子寻优结果的优劣。粒子在可行域中通过跟踪个体极值和群体极值动态调整自身的位置和速度。设在一个 $n$ 维的搜索空间中,粒子种群规模为 $m$ ,第 $i$ 个粒子的位置和速度分别为 $x_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]$ ,  $v_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in}]$ ,在第 $t+1$ 次迭代计算时,粒子 $i$ 根据下列规则来动态调整自己的速度和位置:

$$v_{ik}(t+1) = wv_{ik}(t) + c_1rand(p_{ik}(t) - x_{ik}(t)) + c_2rand(p_{gk}(t) - x_{ik}(t)) \quad (1)$$

$$x_{ik}(t+1) = x_{ik}(t) + v_{ik}(t+1)$$

$$i = 1, 2, \dots, m \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中: $v_{ik}(t)$ 为粒子 $i$ 在第 $t$ 次迭代时第 $k$ 维的速度; $x_{ik}(t)$ 为粒子 $i$ 在第 $t$ 次迭代时第 $k$ 维的位置; $p_{ik}$ 为粒子 $i$ 达到自身最佳位置时第 $k$ 维的位置坐标; $g_k$ 为当前迭代下种群达到最佳位置时第 $k$ 维的位置坐标; $w$ 为惯性权重系数,较大时有较强的全局搜索能力,较小时算法倾向于局部搜索,故文中采用 $w$ 随进化代数从0.9线性递减到0.4的搜索策略; $c_1, c_2$ 为加速因子,通常情况下取值都在 $[0, 4]$ 之间; $rand$ 是 $[0, 1]$ 之间的随机数。为了减少粒子飞离搜索空间的几率,将粒子的每一维速率限制在 $[-v_k^{\max}, v_k^{\max}]$ 内,其中

$$v_k^{\max} = px_k^{\max} \quad 0.1 \leq p \leq 1.0 \quad (3)$$

$v_k^{\max}$ 是指搜索空间中第 $k$ 维位置的上界; $p$ 是限速因子。

### 1.2 单纯形-粒子群混合算法

粒子群算法是随机的搜索算法,具有较强的全局寻优能力,但在迭代后期收敛速度慢,易陷入早熟收敛;单纯形法是一种确定性的下降方法,能在局部利用多面体的反射、扩张、压缩等性质快速寻优。采取粒子群算法与单纯形算法交叉搜索策略,在每代中对经过粒子群寻优的部分精英粒子执行单纯形操作,提高算法的局部搜索精度和速度。

SM-PSO算法的流程如下。

Step1: 初始化种群规模 $N$ 、求解问题维数 $D$ 、进化计算所允许的最大迭代次数 $T$ 、求解参数的上界和下界、达到最优要求的累积次数 $k_s$ 和满足终止条件目标函数的最大值 $eps$ 。

Step2: 初始化可行域中粒子速度和位置,计算粒子适应度值 $f$ ,将其当前位置设为 $pbest$ ,历史最优位置设为 $gbest$ 。

Step3: 判断 $f(gbest)$ 是否满足 $t < T$ 或 $k_1 < k_s$

或  $f(gbest) < eps$  其中之一,若是,则转 Step7,否则执行下一步。

Step4:  $t = t + 1$ ,  $gbest\_before = gbest$ ,更新每一粒子的位置和速度,评估粒子的适应度值,更新局部最优  $pbest$  和全局最优  $gbest$ 。

Step5: 对更新的粒子群按适应度值优劣进行升序排列,对前  $D + 1$  个粒子用单纯形搜索进行局部寻优,获取局部最优值,再将其随机赋给群体中的某个个体。

Step6: 判断是否满足  $f(gbest) < eps$  且  $f(gbest) \neq f(gbest\_before)$ ,若是则  $k_1 = k_1 + 1$ ,转 Step3,否,直接转 Step3。

Step7: 输出结果。

## 2 二维河流水质模型及目标函数

### 2.1 二维河流水质模型

在河流宽度为  $H$  的某一岸边持续投放含有惰性污染物的污水,以水流方向为  $x$  轴,垂直水流方向为  $y$  轴,排放污水的位置坐标为  $(x_0, y_0)$ 。

#### 2.1.1 条件假设

- (1) 污水在排放进河道后沿水深方向很快均匀混合;
- (2) 忽略污水在河流中的纵向弥散作用;
- (3) 河流对岸是无限远的边界。

在上述假设下,求解二维河流水团示踪试验的横向扩散系数、断面平均流速和污水排放位置的水质解析模型的基本方程为<sup>[8]</sup>

$$c(x, y) = \frac{ql_q}{h \sqrt{\pi u D_y (x - x_0)}} \cdot \exp\left[-\frac{u(y - y_0)^2}{4D_y(x - x_0)}\right] \quad (4)$$

式中:  $c(x, y)$  为在空间坐标  $(x, y)$  处的污染物质量浓度 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ );  $q$  为污水的排放量 ( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $l_q$  为投放污水中污染物的质量浓度 ( $\text{mg}/\text{m}^3$ );  $h$  为河流断面的平均深度 ( $\text{m}$ );  $u$  为河流的平均流速 ( $\text{m}/\text{s}$ );  $D_y$  为河流的横向扩散系数 ( $\text{m}^2/\text{s}$ )。

### 2.2 目标函数

如果只利用一个断面的时间浓度过程数据或部分数据,无法克服初始段的影响,故文中采用 Singh 等<sup>[21]</sup>提出的利用两个断面浓度时间过程数据推求离散系数的新方法。在污水排放点的下游河段布设两条纵向坐标分别为  $x_1, x_2$  沿  $y$  轴方向平行的污染物浓度测定横断面,具体示意图参见文献[8]。在应用 SM-PSO 算法时,要求预估的河流横向扩散系

数、断面平均流速和污水排放位置参数使下式表达的适应度函数达到最小,即:

$$f(\theta) = \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^N (c_i^1 - c_i^1)^2 + \sum_{i=1}^N (c_i^2 - c_i^2)^2 \right) \Rightarrow \min \quad (5)$$

式中:  $c_i^1, c_i^2$  分别为  $x_1, x_2$  两个断面上第  $i$  时刻观测的实际污染物质量浓度;  $c_i^1, c_i^2$  分别为通过(4)式计算得到的两个断面上第  $i$  时刻的污染物质量浓度。 $\theta$  为待估参数向量,在二维河流水团示踪试验中有 4 个待估的参数,分别是横向扩散系数  $D_y$ 、河流断面平均流速  $u$  和排放污水的位置坐标  $(x_0, y_0)$ ,分别视为  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ ,即粒子的位置坐标是  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$ 。适应度函数的意义是选取适当的粒子位置,使得示踪剂浓度的计算值与观测值之间的离差平方和的均值达到最小。

## 3 算例与算法参数取值分析

### 3.1 二维河流水团示踪算例

为了验证文中算法的适用性和可靠性,引用文献[8]中给出的两个横断面沿不同横向距离的污染物浓度数据进行数值实验。已知河流宽度  $H = 60 \text{ m}$ ; 河流断面的平均深度为  $h = 12 \text{ m}$ ; 污水排放流量  $q = 0.6 \text{ m}^3/\text{s}$ ; 污染物的质量浓度  $l_q = 8 \times 10^4 \text{ mg}/\text{m}^3$ 。待估参数真值为  $D_y = 0.04 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $u = 0.5 \text{ m}/\text{s}$ ,  $x_0 = -200.0 \text{ m}$ ,  $y_0 = 5.0 \text{ m}$ 。两个浓度观测断面的位置为  $x_1 = 300 \text{ m}$ ,  $x_2 = 600 \text{ m}$ 。表 1 给出两个断面沿不同横向距离的污染物浓度值。

表 1 原始数据

Tab. 1 The original data

$y/\text{m}$	$c_1$ $/(\text{mg} \cdot \text{m}^{-3})$	$c_2$ $/(\text{mg} \cdot \text{m}^{-3})$	$y/\text{m}$	$c_1$ $/(\text{mg} \cdot \text{m}^{-3})$	$c_2$ $/(\text{mg} \cdot \text{m}^{-3})$
6	709.382	562.134	30	14.359	49.119
9	645.900	530.143	33	5.316	26.394
12	525.523	466.025	36	1.758	13.220
15	382.086	381.848	39	0.520	6.172
18	248.240	291.631	42	0.137	2.686
21	144.120	207.607	45	0.0324	1.089
24	74.768	137.757	48	0.00684	0.412
27	34.662	85.202	51	0.00129	0.145

### 3.2 算法参数初值取值范围和加速因子对收敛性的影响

加速因子  $c_1, c_2$  决定了粒子寻优过程中本身经验信息和其他粒子的经验信息对粒子运动轨迹的影响。较大的  $c_1$  值,会使粒子较多的在局部徘徊,而

较大的  $c_2$  值, 会使粒子过早收敛到局部最优值, 本文在此原理的基础上设计了使两个加速因子根据迭代次数线性递减的方案, 但是得出的结果却不如使两个因子固定的方法好, 从而对加速因子取何值时算法的收敛性最佳, 且参数取值范围对加速因子的取值有何影响进行分析。取种群规模  $N = 50$ , 二维河流水团示踪试验参数初始取值范围分别是其真值的 2、5、8 和 10 倍, 对 SM-PSO 算法中学习因子的不同取值进行 100 次试算并计算迭代次数的平均值, 结果见表 2。

表 2 不同加速因子和参数初值取值范围内的测试结果(迭代均值)

Tab. 2 Results under different settings on acceleration coefficient and initial value

参数 倍数	$c_1$				参数 倍数	$c_2$				
	2	1.72	1	0		2	1.72	1	0	
2	66	61	54	#	5	63	56	52	#	
	1.72	56	55	49		#	1.72	65	60	56
	1	48	48	45		*	1	62	56	#
	0	194	222	213		*	0	274	263	#
8	72	66	61	#	10	76	67	#	*	
	1.72	66	63	58		#	1.72	62	60	#
	1	#	#	#		*	1	#	#	#
	0	291	254	*		*	0	260	255	*

注: 1.\* 表示迭代 2000 仍不收敛。2.# 表示运算中偶尔会出现不收敛的情况。

由表 2 可以得出如下结论。

(1) 相同加速因子下, 参数取值范围越大, 迭代次数越多, 出现不收敛的情况越多。

(2)  $c_1 = 0$  时, 粒子丧失个体认知功能, 只能盲目的向某个全局极值附近靠近, 不在随迭代而移动, 当搜索空间较小时, 可能搜索到极值点附近, 而当搜索空间扩大, 盲目性增加, 不收敛的情况就会出现, 继续扩大搜索空间就会使得算法完全不收敛。

(3)  $c_2 = 0$  时, 粒子社会认知功能丧失, 只能凭借自身经验在空间中搜索, 速度下降, 迭代次数增加, 虽然会出现收敛的情况, 但目标函数值的精度不高。

表 3 算法收敛率的比较

Tab. 3 The comparison of algorithm convergence rates

待估参数倍数	2		10		40		80	
算法	PSO	SM-PSO	PSO	SM-PSO	PSO	SM-PSO	PSO	SM-PSO
收敛率	100%	100%	72%	100%	42%	100%	0%	98%

## 4.2 时间性能指标分析

用下式定义算法的时间性能指标:

$$E = \frac{I_a T_0}{I_{\max}} \quad (7)$$

式中:  $I_a$  为算法多次运行满足终止条件的迭代步数

(4) 考虑参数初值对加速因子取值的影响, 选取加速因子为 1.72~2 之间为宜, 但在本文中权衡考虑精度、运算时间和稳定性, 加速因子为  $c_1 = c_2 = 1.72$ 。

## 3.3 算法结果的可靠性分析

根据 1.2 中算法流程, 利用 matlab 程序, 在计算机上进行数值计算。得到的河流水质模型参数分别为  $D_y = 0.04 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $u = 0.4999 \text{ m/s}$ ,  $x_0 = -200.011 \text{ m}$ ,  $y_0 = 5.0 \text{ m}$ , 将参数的计算结果与参数真值进行对比, 可知 4 个参数的最大误差率为 0.055%, 故 SM-PSO 算法计算的水质参数是可靠的。且与文献[8]中的计算结果:  $D_y = 0.03998 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $u = 0.4999 \text{ m/s}$ ,  $x_0 = -201.3 \text{ m}$ ,  $y_0 = 4.000 \text{ m}$  相比, 文中算法的计算精度有所提升。

在使用(4)式进行计算时, 应首先利用下式:

$$x - x_0 < \frac{0.4uH^2}{D_y} \quad (6)$$

进行适用性判断, 因为式中涉及到的  $u$ ,  $D_y$ ,  $x_0$  都是未知参数, 因此在应用文中算法计算结束后进行后检验, 以保证河流足够宽, 对岸边界对污染物的扩散没有影响。

将文中算法计算出的参数值代入(6)式, 两个断面均满足要求。

## 4 PSO 算法与 SM-PSO 算法比较

### 4.1 待估参数初值取值范围对算法收敛性的影响

为了分析待估参数初值取值范围对算法收敛性的影响, 在数值试验中, 取待估参数初值为二维河流水团示踪参数真值的 2、10、40 和 80 倍, 即将粒子群的搜索空间不断扩大, 当目标函数值小于  $1.45 \times 10^6$  时, 认为算法收敛。计算结果见表 3。由表 3 可以看出, SM-PSO 算法在搜索范围比较大的空间中, 也有很好的收敛率, 而 PSO 算法的收敛率在逐渐降低直至为 0。可见混合算法的寻优率明显高于单一的 PSO 算法。

平均值;  $I_{\max}$  为给定的最大迭代次数;  $T_0$  为算法一步迭代的平均计算时间。在  $I_{\max}$  一定的情况下,  $E$  值越小, 算法收敛速度越快。

文中算例给定的最大迭代次数  $I_{\max}$ , 分别对 PSO 算法和 SM-PSO 算法进行 100 次试算, 两种算

法的平均迭代次数分别为 158 和 60 次, 算法一步迭代的平均计算时间分别为 17.02 s 和 8.84 s, 则算法的性能指标值为  $E_{SM-PSO} = 0.2652$ ,  $E_{PSO} = 1.3446$ 。SM-PSO 算法的时间性能指标值小于 PSO 算法的时间性能指标值, 说明混合算法较单一的 PSO 算法在收敛速度上有很大的提升。

## 5 结语

本文构建的单纯形粒子群优化算法能够有效地应用于河流水质参数优化问题, 数值试验结果表明: (1) SM-PSO 算法程序简单、计算精度高、收敛速度快; (2) 参数初值取值范围对加速因子取值较为明显, 文中建议取值为  $c_1 = c_2 = 1.72$ ; (3) SM-PSO 算法较单一的 PSO 算法有更好的收敛率, 在时间性能指标上也优于 PSO 算法。总之, SM-PSO 混合算法较其他方法寻优能力更强, 是分析河流水质模型参数的有效算法之一。

## 参考文献(References):

- [1] 余常昭. 环境流体力学导论[M]. 北京: 清华大学出版社, 1992: 180-181. (YU Chang zhao. Introduction to environmental fluid dynamics[M]. Beijing: Tsinghua Press, 1992: 180-181. (in Chinese))
- [2] 郭建青, 王洪胜, 李云峰. 确定河流纵向离散系数的相关系数极值法[J]. 水科学进展, 2000, 11(4): 387-391. (GUO Jiāng qīng, WANG Hōng shēng, LI Yún fēng. The correlation coefficient extreme value method to determine the dispersion parameters of river[J]. Advances in Water Science, 2000, 11(4): 387-391. (in Chinese))
- [3] 郭建青, 周宏飞, 李彦等. 随机搜索算法在确定河流水质参数中的应用[J]. 水文, 2010, 30(2): 25-28. (GUO Jiāng qīng, ZHOU Hōng fēi, LI Yàn, et al. Chaotic optimization for parameter estimation of water quality of river[J]. Journal of China Hydrology, 2010, 30(2): 25-28. (in Chinese))
- [4] 康瑞龙, 常安定, 郭建青. 一维河流水团示踪试验数据的模糊线性回归[J]. 水利水电科技进展, 2012, 32(4): 19-22. (KANG Ruǐ lóng, CHANG Ān dìng, GUO Jiāng qīng. A fuzzy linear regression model for tracer test data of one-dimensional rivers[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2012, 32(4): 19-22. (in Chinese))
- [5] 陈广洲, 徐晓春, 王家权等. 改进的人工鱼群算法在水质识别中的应用[J]. 水力发电学报, 2010, 29(4): 108-113. (CHEN Guāng zhōu, XÚ Xiǎo chūn, WANG Jiā quān, et al. Application of a modified artificial fish swarm algorithm to identification of water quality parameters[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 29(4): 108-113. (in Chinese))
- [6] 刘元会, 付翠, 郭建青等. 识别河流水质参数的单纯形差分进化混合算法[J]. 水力发电学报, 2015, 34(1): 115-120. (LIU Yuán huì, FÙ Cuì, GUO Jiāng qīng, et al. Simplex differential evolution hybrid algorithm for parameter identification of river water quality model[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2015, 34(1): 115-120. (in Chinese))
- [7] 金士博, 杨汝均. 水环境数学模型[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1987. (JIN Shì bō, YÁNG Rǔ jūn. Mathematical model of water environment[M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1987. (in Chinese))
- [8] 郭建青, 李彦, 王洪胜等. 分析二维河流水质试验数据的相关系数极值法[J]. 水力发电学报, 2010, 29(4): 103-106. (GUO Jiāng qīng, LI Yàn, WANG Hōng shēng, et al. Correlation coefficient extreme method for analyzing the 2-D data of water quality experiment of river stream[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2010, 29(4): 103-106. (in Chinese))
- [9] 顾莉, 华祖林. 天然河流纵向离散系数确定方法研究的进展[J]. 水利水电科技进展, 2007, 27(2): 85-89. (GU Lì, HUÁ Zǔ lín. Advances in determination of longitudinal dispersion coefficient of natural rivers[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2007, 27(2): 85-89. (in Chinese))
- [10] 郑红星, 李丽娟. 水质模型参数的非数值随机优化[J]. 地理研究, 2001, 20(1): 97-102. (ZHENG Hōng xīng, LI Lì juān. Stochastic optimization on parameters of water quality model[J]. Geographical Research, 2001, 20(1): 97-102. (in Chinese))
- [11] 龙腾锐, 郭劲松, 冯裕钊, 等. 二维河流水质模型横向扩散系数的人工神经网络模拟[J]. 重庆环境科学, 2002, 24(2): 25-28. (LONG Tēng ruì, GUO Jìng sōng, FENG Yǔ zhāo, et al. Modulus of transverse diffuse simulation based on artificial neural network[J]. Chongqing Environmental Science, 2002, 24(2): 25-28. (in Chinese))
- [12] 邹毅, 朱晓萍, 王秀平. 一种基于混沌优化算法的混合粒子群算法[J]. 计算机技术与发展, 2009, 19(11): 18-22. (ZOU Yì, ZHU Xiǎo píng, WANG Xiǔ píng. A hybrid PSO algorithm based on chaos optimization[J]. Computer Technology and Development, 2009, 19(11): 18-22. (in Chinese))
- [13] 康瑞龙. 一种新型的智能优化算法: 人工根系算法[D]. 西安: 长安大学, 2013. (KANG Ruǐ lóng. A new intelligent optimization method: artificial root optimization[D]. Xi'an: Chang'an University, 2013. (in Chinese))
- [14] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]. In: IEEE International Conference on Neural Networks, Perth, Australia, 1995(4): 1942-1948.
- [15] Eberhart R, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory[C]. In: Proc of the Sixth International Symposium on Machine and Human Science, Nagoya, Japan, 1995: 39-43.
- [16] Lovbjerg M, Rasmussen T K, Krink T. Hybrid particle swarm optimization with breeding and subpopulations[C]. In: Proc of the Third Genetic and Evolutionary Computation Conference, San Francisco, USA, 2001.
- [17] Higashi N, Iba H. Particle swarm optimization with Gaussian mutation[C]. In: Proc of the Congress on Evolutionary Computation, 2003: 72-79.
- [18] 高鹰, 谢胜利. 基于模拟退火的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2004(1): 47-50. (GAO Yīng, XIE Shèng lì. Particle swarm optimization based on simulated annealing[J]. Computer Engineering and Application, 2004(1): 47-50. (in Chinese))

- nese)
- [19] 池元成, 方杰, 蔡国飙, 等. 基于差分进化和粒子群优化算法的混合优化算法[J]. 计算机工程与设计. 2009, 30(12): 2963-2966. (CHI Yuan cheng, FANG Jie, CAI Guo biao, et al. Hybrid optimization based on differential evolution and particle swarm optimization[J]. Computer Engineering and Design, 2009, 30(12): 2963-2966. (in Chinese))
- [20] 张智星, 孙春在. 神经-模糊和软计算[M]. 西安: 西安交通大学出版, 2000, 131-135. (ZHANG Zhixing, SUN Chunzai. Neuro-fuzzy and soft computing[M]. Xi'an: Xi'an Jiaotong University Press, 2000, 131-135. (in Chinese))
- [21] Singh S K, Beck M B. Dispersion coefficient streams from tracer experiment data[J]. Journal of Environmental Engineering, 2003, 129(6): 539-546.