



DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdk.2017.05.018

张晓周, 卢玉东, 郭建青. 确定越流含水层参数的混沌序列优化算法[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(5): 116-120. ZHANG Xiaozhou, LU Yudong, GUO Jianqing. Chaotic time series optimization algorithm for leaky aquifer parameters estimation [J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2017, 15(5): 116-120. (in Chinese)

确定越流含水层参数的混沌序列优化算法

张晓周^{1,2}, 卢玉东^{1,2}, 郭建青^{1,2}

(1. 长安大学 环境科学与工程学院, 西安 710054; 2. 旱区地下水文与生态效应教育部重点实验室, 西安 710054)

摘要: 将混沌序列优化算法应用在第一类越流系统含水层非稳定流井流问题上, 进行抽水试验数据的分析、含水层参数的求解, 并就算法的搜索能力和结果与给定含水层各参数取值范围的关系进行探讨。结果表明: (1) 求解越流条件下含水层参数的计算问题能用混沌序列优化算法得到很好的解决; (2) 除越流因数上限取值会降低越流因数搜索结果的准确性外, 储水系数、导水系数、越流因数上限取值对算法的搜索能力和搜索结果没有太明显的影响。相较于其他方法, 混沌序列优化算法易于编程、运算简单、运算结果不被人为因素干扰等特点更为突出。

关键词: 混沌序列优化算法; 越流系统; 越流因数

中图分类号: TV139.14 文献标识码: A 文章编号: 1672-1683(2017)05 0116 05

Chaotic time series optimization algorithm for leaky aquifer parameters estimation

ZHANG Xiaozhou^{1,2}, LU Yudong^{1,2}, GUO Jianqing^{1,2}

(1. College of Environmental Science and Engineering, Chang'an University, Xi'an 710054, China;

2. Key Laboratory of Subsurface Hydrology and Ecology in Arid Areas, Ministry of Education, Xi'an 710054, China)

Abstract: We applied the chaotic time series optimization algorithm to the well flow problem of unsteady flows in the first type leaky aquifer, analyzed the data of pumping tests, and determined the aquifer parameters. We also discussed the relationship between the search capability and results of the algorithm and the value range of the parameters of the given aquifer. The results showed that: (1) Chaotic time series optimization algorithm can be effectively applied to the calculation of aquifer parameters under leakage conditions. (2) The values of the upper limits of storage coefficient, transmissibility coefficient, and leakage factor do not have very obvious impact on the search capability and results of the algorithm, except that the value of the upper limit of leakage factor will reduce the accuracy of the search results of the leakage factor. Compared with other methods, the chaotic time series optimization algorithm has such advantages as simple calculation, easy programming, and calculation results not affected by artificial subjective factors.

Key words: chaotic time series optimization algorithm; leakage system; leakage factor

标准曲线对比法、拐点法、切线法^[1]在确定含水层参数的过程中得到了广泛的应用, 但是在实际操作中, 由于人为的随意性与作图时的差异性, 使得不

同人得出的结果不尽相同。针对于此, 石志远等^[2-6]利用神经网络和遗传算法等不同新型方法对水文地质参数进行求解, 一定程度上规避了人为因素的干

收稿日期: 2016-10-28 修回日期: 2017-02-22 网络出版时间: 2017-08-29

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20170829.1932.024.html>

基金项目: 国家自然科学基金项目(41302253); 青海省(应用)基础研究计划(2014-ZJ-706); 中国地质调查局项目(12120113009000)

Funds: National Natural Science Foundation of China (41302253); Basic (Applied) Research Program of Qinghai (2014-ZJ-706); China Geological Survey Projects (12120113009000)

作者简介: 张晓周(1990-), 男, 河北邯郸人, 博士研究生, 主要从事水文地质学研究。E-mail: zhang29060926@163.com

通讯作者: 卢玉东(1969-), 男, 河北唐山人, 博士生导师, 主要从事水文地质学研究。E-mail: luyudong@chd.edu.cn

扰。郭建青教授以泰斯井流为例,对比了混沌序列优化算法、泰斯配线法^[1]、Sushil 简单法^[7]等不同的求解水文地质参数方法,发现混沌序列优化算法结果可靠,并且,由于混沌序列优化算法可以直接进行随机搜索,目标函数简单等特点,其具有较广的应用领域^[6];此外混沌序列优化算法的搜索过程是通过编写程序完成的,整个过程涉及到的人为干扰因素很少,其计算结果具有客观性、稳定性、时效性,与传统的配线法相比具有很大的优势。然而,文献[6]仅对无越流条件下的单孔数据进行了分析,对于混沌序列优化算法在具有越流含水层条件下的应用并未进行研究。因此,笔者以分析第一类越流系统的单孔抽水试验资料,确定含水层参数的问题为例,进一步探究混沌序列优化算法在确定含水层参数中的应用。

1 混沌序列优化算法的思路

算法的整个运行过程^[8]包括以下两个阶段。

首先确定一个能够得出遍历性轨迹的迭代方法^[10-11],使得此轨迹能够对整个混沌序列进行搜索。当达到一定的限定条件后停止此阶段搜索,并认为该搜索的最优结果已接近含水层参数的最优值,并以该结果作为下一搜索阶段的搜索起点,此为粗搜索阶段。然后,以上一过程求得的参数值作为基准值,并附加一个微小的干扰进行进一步的搜索,直至完成整个搜索过程,此为细搜索阶段。通过高斯分布^[12]、均匀分布^[13]产生的随机变量,按梯度下降机制得出的混沌变量^[9]均可作为此处附加的微小扰动。

通过与载波相似的思想,将优化变量选为由 Logistic 映射生成的混沌变量,定义域选为混沌运动的搜索空间^[9],进而对待求参数在混沌变量中实施搜索过程,其详细步骤如下^[10]:

步骤 1 令 $k = 1, k' = 1$, 将 i 个细微差别的初始值分别赋予 $x_{n+1} = 4x_n(1 - x_n)$, 即 Logistic 映射中的 x_n , 得到 i 个不同轨迹的变量 x_{i+n+1} , 这里的 i 为参数的个数, $n+1$ 为序列的长度。

步骤 2 将上步中合适的 $x_{i,n+1}$ 运用载波的思想通过 $x'_{i,n+1} = c_i + d_i x_{i,n+1}$ 转变成可用于搜索的混沌变量 $x'_{i,n+1}$, 这里 c_i 和 d_i 是定值, 用来变换混沌变量。

步骤 3 在上述步骤的基础上进行首次迭代,令 $x_i(k) = x'_{i,n+1}$, 求解对应的函数优化值 $f(k)$, 令 $x_i^* = x_i(0), f^* = f(0)$ 。如果 $f(k) \leq f^*$, 则令 $f^* = f(k)$ 。 $x_i^* = x_i(k)$; 否则放弃 $x_i(k)$ 。令 $k = k + 1$ 。

步骤 4 如果经由步骤 3 的 m 次搜索, f^* 均能得出某一恒定值,或者 k 超出某一特定值 L_1 (粗搜索次数),就判定此搜索阶段结束,从而进入下一步

的细搜索阶段。否则就返回步骤 3。

步骤 5 根据 $x''_{i,n+1} = x_i^* + a_i x_{i,n+1}$ 进行再次载波。其中 a_i 为调节常数,使得 $a_i x_{i,n+1}$ 为小幅度混沌变量。

步骤 6 在步骤 5 获得的混沌变量中进行下一阶段的迭代搜索,令 $x_i(k') = x''_{i,n+1}$, 求解对应的函数优化值 $f(k')$ 。如果 $f(k') \leq f^*$, 则令 $f^* = f(k')$, $x_i^* = x_i(k')$; 否则放弃 $x_i(k')$, 令 $k' = k' + 1$ 。一旦达到程序输出条件,就给出参数最优值 x^* , 程序结束;否则返回步骤 5 继续进行搜索。且令 $L_2 = k'_{\max}$ 为细搜索次数。

2 目标函数的确定

井流问题的解在第一类越流系统中的表达式^[15]为:

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{1}{y} e^{-\left(\frac{r^2}{4B^2y}\right)} dy = \frac{Q}{4\pi T} F\left(u, \frac{r}{B}\right) \quad (1)$$

式中: s 为水头降深(L); Q 为抽水流量(L^3/T); T 为导水系数(L^2/T); r 为观测井距离水井的距离(L); $1/B$ 为越流补给因子(L^{-1})。

采用文献[16]中的方法计算 F 函数,其中 F 函数中泰斯井流部分采用文献[17-18]中的近似方法计算。在混沌序列优化算法运算的时候,须要求预估的参数值能使式(2)中的函数值达到极小,即目标函数:

$$f(x) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (s_j^0 - s_j^c)^2 \Rightarrow \min \quad (2)$$

式中: s_j^0 为在抽水开始后第 j 时刻观测到的水位实际降深值(L); s_j^c 为利用前文参数的降深近似表达式计算的第 j 时刻的水位降深值(L); j 为待估参数向量; $j = 1, 2, 3, \dots, N$ 为水位降深观测时间在抽水试验过程中的顺序号。

3 算例

3.1 数据来源

采用文献[19]中一眼观测井(距主抽水井 1 219 m, 抽水流量为 $2.936 \text{ m}^3/\text{d}$)的抽水数据来验证混沌序列优化算法在第一类越流系统中的应用。由于文中采用的汉图什计算方法时,是将观测井 363 min 到 850 min 之间的 7 个相关性较好的数据放在一起计算的。所以,在进行混沌序列优化算法的时候也采用同样的数据。

3.2 结果对比

通过 VB 编程对含水层各个参数进行优化计算

时, 给出的参数初始取值和其它因子的取值分别为: 导水系数为 0~1.99, 储水系数为 0~0.015, 越流因数为 15 800~16 000, 粗搜索收敛值为 0.000 051, 细搜索收敛值为 0.000 05。当粗搜索次数为 2, 混沌序列长度为 400 时, 最后的细搜索次数为 4, 其它搜索结果及降深的历时曲线见表 1、表 2 及图 1。

表 1 不同方法计算结果的比较

Tab. 1 The comparison between calculation results of different methods

| 方法 | 储水系数 | 导水系数 | 越流因数 |
|----------|-----------|-------|--------|
| 汉图什近似计算法 | 0.000 068 | 0.762 | 15 900 |
| 混沌序列优化算法 | 0.000 074 | 0.731 | 17 075 |
| 相对误差(%) | 8.8 | 4.1 | 7.4 |

如表 1 中所示, 用混沌序列优化算法的搜索结果与汉图什近似计算法的结果是极其接近的, 参数计算结果相对汉图什近似计算结果的最大误差为 8.8%, 导水系数的结果尤为准确, 误差仅为 4.1%。

表 2 水井降深值的比较

Tab. 2 The comparison of water well drawdown values

| 时间 | 混沌序列优化算法结果/m | 实际观测值/m | 相对误差(%) |
|-----|---------------|---------|---------|
| 363 | 0.379 062 545 | 0.362 | 4.71 |
| 400 | 0.400 431 956 | 0.398 | 0.61 |
| 441 | 0.421 869 294 | 0.424 | -0.50 |
| 476 | 0.438 612 276 | 0.442 | -0.77 |
| 600 | 0.489 149 264 | 0.482 | 1.48 |
| 725 | 0.530 174 679 | 0.522 | 1.57 |
| 850 | 0.564 419 824 | 0.566 | -0.28 |

在表 2 参数结果计算准确的前提下模拟出来的水井降深结果与实际观测值相比, 相对误差除初始值外, 其余均在 $\pm 2\%$ 之内。由图 1 降深曲线对比图也可以看出, 在抽水试验的 400 min、441 min、476 min 与 850 min, 模拟值与观测值几乎重叠, 说明混沌序列优化算法对水井降深的模拟结果也是非常准确的。

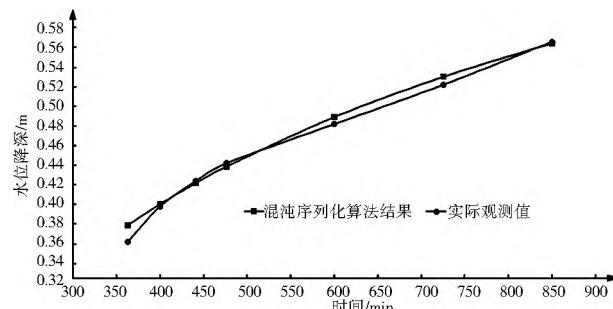


图 1 混沌序列优化算法计算结果与实际观测值比较

Fig. 1 The comparison between the results of Chaotic Time Series Optimization Algorithm and actual values

4 算法参数的控制

4.1 收敛值的影响

收敛值的大小在混沌序列优化算法中直接决定了搜索的精度与速度, 在水文地质初始参数与前文不变, 粗搜索次数限定在 100, 混沌序列长度为 500, 细搜索的收敛值设为 0.000 043 的条件下, 收敛值与搜索次数的关系见表 3: 无论是粗搜索次数还是细搜索次数, 都随着粗搜索收敛值的减小而减小, 这是由于当粗搜索收敛值与细搜索收敛值相差较大时, 在限定的 100 次搜索次数完成后, 细搜索仍达不到收敛值的要求而重新进行新的搜索造成的。在实际应用中, 粗收敛值与细收敛值越接近越好, 以便更快的完成整个计算过程。

表 3 收敛值与搜索次数的关系

Tab. 3 The relationship between convergence value and search times

| 粗搜索收敛值 | 粗搜索次数 | 细搜索次数 |
|-----------|-------|-------|
| 0.000 74 | 207 | 129 |
| 0.000 64 | 177 | 105 |
| 0.000 44 | 149 | 69 |
| 0.000 074 | 102 | 9 |
| 0.000 044 | 100 | 6 |

4.2 混沌序列长度的影响

混沌序列的长度是在 Logistic 的迭代下实现的, 状态空间的大小是由混沌序列的大小来反映的。混沌序列长度越长, 可供算法搜索的空间就越大, 搜索就越充分, 并且越不会轻易偏离实际值^[20]。理论上说, 序列长度在无穷大的时候, 搜索的精度达到最高, 但这样必然会加大搜索时间, 况且在实际应用中这也是不现实的, 为此, 在本算例中, 混沌序列的长度选定在 50~1 000 之间的 8 组数据进行试验分析。搜索结果见表 4。

表 4 不同序列长度和粗搜索次数条件下的细搜索次数

Tab. 4 The fine search times under different series lengths and coarse search times

| 序列长度 | 粗搜索次数 | | | | | | |
|-------|-------|---|----|----|----|----|-----|
| | 2 | 5 | 10 | 20 | 30 | 50 | 100 |
| 50 | 7 | 5 | 5 | 4 | 7 | 7 | 3 |
| 100 | 3 | 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 4 |
| 200 | 5 | 5 | 5 | 4 | 6 | 8 | 3 |
| 400 | 4 | 6 | 4 | 4 | 4 | 3 | 2 |
| 500 | 5 | 6 | 4 | 4 | 4 | 2 | 2 |
| 600 | 4 | 4 | 3 | 3 | 4 | 3 | 2 |
| 800 | 3 | 5 | 2 | 3 | 4 | 2 | 2 |
| 1 000 | 2 | 4 | 2 | 3 | 4 | 2 | 2 |

从表 4 中可以看出,在同一粗搜索次数下,细搜索次数随着序列长度的增加有明显的减小,尤其在序列长度较小时,细搜索次数减小的最快。这是由于在粗搜索过程中,经过的序列长度越长,搜索的也越充分,得出的结果也越接近参数的真实值。但是,当长度超过 600 时,搜索程度已经足够充分,这种变化就不再明显。就本文实例来说,搜索长度控制在 100~600 之间较为适宜。

4.3 粗搜索次数的控制

表 4 中,序列长度在 50~400 之间时,细搜索次数并没有随着粗搜索次数的增加而有明显的变化趋势(增加或减少),说明在此序列长度范围内,影响细搜索过程的主要因子并不是粗搜索次数。也就是在有限的序列长度内,少次数的粗搜索已使算法达到很充分的搜索程度,增加粗搜索次数不会再提高粗搜索阶段结束时的搜索精度,对于细搜索阶段的影响小于序列长度的影响。当序列长度达到 500 后,细搜索次数在粗搜索次数增加时呈现出减小的趋势,这是由于序列长度的增加使得少次数的粗搜索过程满足不了搜索的精度造成的。

4.4 待估参数初值范围的影响

为了避免传统梯度搜索算法在求解非线性函数优化问题时,由于待估参数初值选取不当,造成搜索失败或者搜索结果不唯一的情况出现^[9],我们在探究混沌序列优化算法中待估参数初值范围选取对搜索能力和结果的影响时,首先限定储水系数和越流因数的初始取值范围与前文一致,而将导水系数下限取为 0.4 保持不变,上限分别取为 1.99 的 2~5 000 倍之间的 12 个值进行试验分析,细搜索次数与导水系数计算结果分别见表 5、表 6。

表 5 细搜索次数和导水系数初值范围间的关系

Tab. 5 The relationship between fine search times and the initial value range of transmissibility coefficient

| 导水系数 T 的倍数/倍 | 粗搜索次数 2 | | 粗搜索次数 5 | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| | 序列长度 200 | 序列长度 500 | 序列长度 200 | 序列长度 500 |
| 2 | 12 | 11 | 2 | 2 |
| 5 | 4 | 3 | 9 | 3 |
| 10 | 8 | 7 | 9 | 7 |
| 20 | 8 | 8 | 8 | 4 |
| 50 | 5 | 3 | 9 | 5 |
| 100 | 6 | 3 | 12 | 8 |
| 200 | 5 | 3 | 12 | 9 |
| 500 | 6 | 3 | 9 | 10 |
| 1 000 | 8 | 3 | 9 | 8 |
| 2 000 | 7 | 3 | 10 | 10 |
| 3 000 | 8 | 4 | 12 | 5 |
| 5 000 | 8 | 4 | 12 | 6 |

表 6 搜索结果与导水系数初值范围间的关系

Tab. 6 The relationship between search results and the initial value range of transmissibility coefficient

| 导水系数 T 的倍数/倍 | 粗搜索次数 2 | | 粗搜索次数 5 | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|
| | 序列长度 200 | 序列长度 500 | 序列长度 200 | 序列长度 500 |
| 2 | 0.739 | 0.708 | 0.701 | 0.701 |
| 5 | 0.732 | 0.722 | 0.735 | 0.723 |
| 10 | 0.738 | 0.724 | 0.744 | 0.702 |
| 20 | 0.741 | 0.698 | 0.738 | 0.707 |
| 50 | 0.711 | 0.707 | 0.739 | 0.713 |
| 100 | 0.738 | 0.708 | 0.729 | 0.698 |
| 200 | 0.724 | 0.708 | 0.741 | 0.719 |
| 500 | 0.723 | 0.710 | 0.717 | 0.702 |
| 1 000 | 0.711 | 0.700 | 0.713 | 0.699 |
| 2 000 | 0.718 | 0.707 | 0.716 | 0.731 |
| 3 000 | 0.693 | 0.712 | 0.709 | 0.731 |
| 5 000 | 0.726 | 0.708 | 0.696 | 0.704 |

从表 5 中可以看出,无论是在相同搜索次数不同序列长度的情况下,还是相同序列长度不同搜索次数的情况下,随着导水系数初值的增加细搜索次数虽有波动,但都有逐渐增大的趋势。值得注意的是,由表 6 中的数据显示,混沌序列优化算法的搜索过程均未出现不收敛的情况,导水系数的搜索结果均在 0.693~0.744 之间,与汉图什计算的结果十分接近。说明参数初值的选取虽会影响算法的搜索速度,但对其搜索能力与搜索结果没太明显的影响。

储水系数和越流因数采用相同的处理方法后,也有同样的结果,只是越流因数的搜索结果的波动会随着初值的增大而增大,从而降低了搜索结果的准确性。

5 结论

通过以上算法步骤的介绍以及实际案例的验证分析,能够得出以下结论:(1)函数粗搜索收敛值和细搜索收敛值要足够小并且越接近越好;(2)选定混沌序列长度在 100~600 之间、粗搜索次数在 2~20 之间对本案例较为适合;(3)算法的收敛性不受待估含水层参数初值范围的影响,鉴于越流因数对搜索结果的影响,含水层各参数初值范围应尽量与待估参数参考值接近。所以,对于分析第一类越流系统含水层抽水试验、确定含水层参数的问题,混沌序列优化算法是一种新的选择。

参考文献(References):

- [1] 郭东屏,宋焱勋,钱会等.地下水动力学[M].西安:陕西科学技

- 术出版社, 1994. (GUO Dong ping, SONG Yaixun, QIAN Hui, et al. Groundwater dynamics [M]. Xi'an: Shaanxi Science and Technology Press, 1994. (in Chinese))
- [2] 李竞生, 姚磊华. 含水层参数识别办法 [M]. 北京: 地质出版社, 2003. (LI Jing sheng, YAO Lei hua. Identification method for aquifer parameters [M]. Beijing: Geological Publishing House, 2003. (in Chinese))
- [3] 王媛英, 刘元会, 郭建青等. 混沌粒子群混合算法估计各向异性含水层参数 [J]. 南水北调与水利科技, 2015, 13(1): 87-90. (WANG Yuan ying, LIU Yuan hui, GUO Jian qing, et al. Estimation of anisotropic aquifer parameters based on chaos particle swarm algorithm [J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2015, 13(1): 87-90. (in Chinese)) DOI: 10.13476/j.cnki.nabdk.2015.01.020
- [4] 刘国东, 丁晶, 张翔. 应用人工神经网络求算含水层参数 [J]. 工程勘察, 1997(1): 25-28. (LIU Guo dong, DING Jing, ZHANG Xiang. Application of artificial neural network to calculating aquifer parameters [J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 1997(1): 25-28. (in Chinese))
- [5] 石志远, 许模. 抽水试验资料的遗传算法反演水文地质参数 [J]. 四川地质学报, 2011, 31(4): 466-469, 480. (SHI Zhizhan, XU Mo. Hydrogeological parameter inversion by genetic algorithms based on pumping test [J]. Sichuan Journal of Geology, 2011, 31(4): 466-469, 480. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1006-0995.2011.04.022
- [6] 郭建青, 李彦, 王洪胜等. 确定含水层参数的混沌序列优化算法 [J]. 中国农村水利水电, 2006(12): 26-29. (GUO Jian qing, LI Yan, WANG Hong sheng, et al. Chaotic time series optimization algorithm for aquifer parameter estimation [J]. China Rural Water and Hydropower, 2006(12): 26-29. (in Chinese))
- [7] Singh S K. Simple method for confined aquifer parameter estimation [J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 2000, 126(6): 404-407.
- [8] 胡行华. 混沌优化算法的研究及应用 [D]. 鞍山: 辽宁工程技术大学, 2008. (HU Xing-hua. Studies of chaotic optimization algorithm and its application [D]. Fuxin: Liaoning Technical University, 2008. (in Chinese))
- [9] 王凌. 智能优化算法及其应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001: 105-106, 108-110. (WANG Ling. Intelligent optimization algorithm and its application [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001: 105-106, 108-110. (in Chinese))
- [10] 王凌, 郑大钟, 李清生. 混沌优化方法的研究进展 [J]. 计算机与自动化, 2001, 20(1): 1-5. (WANG Ling, ZHENG Da zhong, LI Qing sheng. Survey on chaotic optimization meth-
- ods [J]. Computer Technology and Automation, 2001, 20(1): 1-5. (in Chinese))
- [11] Chen L, Aihara K. Chaotic simulated annealing by a neural network model with transient chaos [J]. Neural Networks, 1995, 8(6): 915-930
- [12] 张立, 晏琦. 基于高斯分布和模拟退火算法的免疫微粒群优化算法研究 [J]. 计算机应用, 2008, 28(9): 2392-2395. (ZHANG Li, YAN Qi. Research of immune particle swarm optimization algorithm based on Gaussian distribution and simulated annealing algorithm [J]. Journal of Computer Applications, 2008, 28(9): 2392-2395. (in Chinese))
- [13] Chua L O, Yao Y, et al. Generating randomness from chaos and constructing chaos with desired randomness [J]. International Journal of Circuit Theory and Application, 1990, 18: 215-240.
- [14] 杨迪雄, 李刚, 程耿东. 非线性函数的混沌优化方法比较研究 [J]. 计算机力学学报, 2004, 21(3): 257-262. (YANG Di xiong, LI Gang, CHENG Geng dong. Comparative study on chaos optimization algorithm for nonlinear function [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2004, 21(3): 257-262. (in Chinese))
- [15] 陈崇希, 林敏. 地下水动力学 [M]. 武汉: 中国地质大学出版社, 1999. (CHEN Chong xi, LIN Min. Groundwater dynamics [M]. Wuhan: China University of Geosciences Press, 1999. (in Chinese))
- [16] 杨天行, 傅泽周, 刘金山等. 地下水向井的非稳定流动的原理与计算方法 [M]. 北京: 地质出版社, 1980. (YANG Tian xing, FU Ze zhou, LIU Jin shan, et al. The principle and calculation method of unsteady flow of groundwater [M]. Beijing: Geological Publishing House, 1980. (in Chinese))
- [17] 张娟娟. 智能优化算法在含水层参数反演中的应用 [D]. 西安: 长安大学, 2006. (ZHANG Juan juan. Application of intelligent optimization algorithm in inversion of aquifer parameters [D]. Xi'an: Chang'an University, 2006. (in Chinese))
- [18] Srivastava R. Implication of using approximation expressions for well function [J]. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 1995, 121(6): 459-462.
- [19] Batu V. Aquifer hydraulics: A comprehensive guide to hydrogeologic data [M]. John Wiley & Sons, Inc., 1998: 276-281.
- [20] 罗钧, 李研. 具有混沌搜索策略的蜂群优化算法 [J]. 控制与决策, 2010, 25(12): 1913-1916. (LUO Jun, LI Yan. Artificial bee colony algorithm with chaotic search strategy [J]. Control and Decision, 2010, 25(12): 1913-1916. (in Chinese)) DOI: 10.13195/j.ccd.2010.12.156.luoj.013