



DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2017.06.004

刘新有, 彭海英, 吴捷, 等. 复权马尔可夫链及其在怒江水沙预测中的应用[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(6): 26-32. LIU X Y, PENG H Y, WU J, et al. Re-weighted Markov chain for numerical sediment prediction of the Nujiang river in China[J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2017, 15(6): 26-32. (in Chinese)

# 复权马尔可夫链及其在怒江水沙预测中的应用

刘新有<sup>1,2</sup>, 彭海英<sup>3</sup>, 吴捷<sup>4</sup>, 谢飞帆<sup>4</sup>

(1. 河海大学水文水资源与水利工程科学国家重点实验室, 南京 210098; 2. 云南省滇中引水工程建设管理局昆明分局, 昆明 650021; 3. 云南财经大学国土资源与持续发展研究所, 昆明 650221; 4. 云南省水文水资源局, 昆明 650106)

**摘要:** 针对传统马尔可夫链及其改进的预测方法只能进行状态预测的局限, 根据相依随机变量的特点, 在以传统马尔可夫链预测方法求得各状态预测概率的基础上, 进一步以状态预测概率为权重与状态平均值加权求和, 实现了马尔可夫链预测方法从状态预测到数值预测的关键性改进。利用我国西南国际大河怒江干流道街坝水文站 1957-2010 年径流和 1964-2010 年悬移质输沙序列为分析期, 2011-2015 年径流和悬移质输沙为验证期, 对所建立的复权马尔可夫链预测方法步骤进行验证表明, 复权马尔可夫链预测方法具有较高的数值预测精度, 能够满足随机时间序列短期数值预测的需要。

**关键词:** 复权马尔可夫链; 数值预测; 径流; 悬移质输沙; 怒江

**中图分类号:** P333   **文献标识码:** A   **文章编号:** 1672-1683(2017)06-0026-07

## Re-weighted Markov chain for numerical sediment prediction of the Nujiang river in China

LIU Xinyou<sup>1,2</sup>, PENG Haiying<sup>3</sup>, WU Jie<sup>4</sup>, XIE Feifan<sup>4</sup>

(1. State Key Laboratory of Hydrology-Water Resources and Hydraulic Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China; 2. Water Diversion Engineering Construction Administration for central Yunnan, Kunming 650021, China; 3. Institute of Land Resources and Sustainable Development, Yunnan University of Finance and Economics, Kunming 650221, China; 4. Yunnan Bureau of Hydrology and Water Resources Management, Kunming 650106, China)

**Abstract:** In view of the limitations of traditional Markov chain and its improved prediction methods which can only predict the state, in this paper we realized a critical improvement of the Markov chain forecasting method to being able to conduct numerical prediction. We did so by using weighted summation of the average value of each state multiplied by the corresponding predicted probability, on the basis of obtaining the predicted probability of each state with the traditional Markov chain forecasting method according to the characteristics of dependent stochastic variables. The data of this study were collected from Daojiesha hydrological station on the Nujiang river, which is a famous international river in southwest China. We used the runoff series from 1957 to 2010 and the suspended sediment series from 1964 to 2010 for analysis, and used the runoff and suspended sediment series from 2011 to 2015 for validation. Results showed that the re-weighted Markov chain forecasting had a high accuracy in numerical prediction and could meet the demand of short term numerical prediction in stochastic time series.

**Key words:** re-weighted Markov chain; numerical prediction; runoff; suspended sediment; Nujiang river

马尔可夫链是俄罗斯数学家马尔可夫 1906-1912 年间提出的一种随机事件预测的重要方法, 在教育、经济、生物、农业、灾害、水文气象、环境预测等

众多领域得到了广泛应用。尤其在水文气象预测中, 马尔可夫链预测方法应用非常广泛, 并在应用过程中不断得以改进, 加权马尔可夫链<sup>[1,2]</sup>、灰色马尔

收稿日期: 2016-12-04   修回日期: 2017-07-26   网络出版时间: 2017-11-16  
网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20171116.1130.004.html>  
基金项目: 江苏省博士后科研资助计划(1501060B); 云南省水利科技项目(2014003)

**Funds:** Jiangsu Postdoctoral Research Grant Program (1501060B); Water Conservancy Science and Technology Project of Yunnan Province (2014003)

**作者简介:** 刘新有(1981-), 男, 湖南邵阳人, 正高级工程师, 在站博士后, 主要从事水文水资源研究。E-mail: xyliu1981@163.com

**通讯作者:** 彭海英(1983-), 女, 湖南慈利人, 讲师, 博士, 主要从事水文水资源相关研究与教学工作。E-mail: pengfish539@163.com

可夫链<sup>[13-17]</sup>、叠加马尔可夫链<sup>[18]</sup>、时间序列-马尔可夫模型<sup>[19]</sup>、基于多重转移概率的马尔可夫模型<sup>[20]</sup>均取得了较好的预测精度。夏乐天等<sup>[21-22]</sup>系统研究了各种马尔可夫链预测方法在水文预测中的应用,并对比了三种常用马尔可夫链预测方法的优劣,认为加权马尔可夫链预测方法精度最高。这些研究为马尔可夫链预测方法的应用和发展起到了积极作用,但这些改进方法仍然没有超出对随机事件状态预测的范畴。因此,如何根据马尔可夫链预测状态概率分布得到预测值仍然有待解决<sup>[21]</sup>。本文在加权马尔可夫链预测、基于绝对分布的马尔可夫链预测和叠加马尔可夫链预测方法的基础上,进一步以状态预测概率为权重,结合状态平均值进行加权求和,实现了马尔可夫链预测方法从状态预测到数值预测的关键性改进,并通过怒江水沙预测实例对复权马尔可夫链预测方法的数值预测精度进行验证。

## 1 复权马尔可夫链预测方法

马尔可夫链通过统计随机事件过去一定时期内的状态转移概率来预测将来状态变化的概率,其中时间参数集  $T = \{0, 1, 2, \dots\}$  及状态参数集  $E = \{0, 1, 2, \dots\}$  称为马尔可夫链。在实际应用中,一般采用齐次马尔可夫链,即对任意参数  $u, k \in T$ , 有

$$P_{ij}(u; k) \in E \quad (1)$$

式中:  $P_{ij}(u; k)$  表示随机事件  $u$  时段所处的状态  $i$ , 经过  $k$  步状态转移后变为状态  $j$  的概率。

传统齐次马尔可夫链的状态转移步长一般取 1, 即利用初始分布推算未来状态的绝对分布, 没有考虑各种步长马尔可夫链的绝对分布在预测中所起的作用。为弥补这一缺陷, 一些学者将各种步长马尔可夫链求得的状态绝对分布叠加起来进行状态预测, 但在叠加过程中没有考虑各种步长在权重上的差异。因此, 利用各种步长自相关性的强弱确定不同步长权重的加权马尔可夫链进行状态预测更符合实际<sup>[9]</sup>。但由于加权马尔可夫链得到的预测结果仍然是状态, 在实际应用中受到一定的限制。复权马尔可夫链在之前的研究基础上, 进一步以各状态的预测概率为权重, 结合其对应状态均值进行加权求和, 从而实现从状态预测到数值预测的跨越。

## 2 复权马尔可夫链预测方法步骤

复权马尔可夫链以马尔可夫链求得各状态的预测概率为基础, 因此步骤 (1) 至 (9) 与加权马尔可夫链基本一致。但为方便对复权马尔可夫链预测的理解, 本研究以加权马尔可夫链为基础, 完整介绍复

权马尔可夫链预测方法步骤。

(1) 初步判断对象序列是否是随机变量。若受大型水利工程等人为控制则不适用于马尔可夫链, 反之则可能适用于马尔可夫链, 最终确定是否适用于马尔可夫链有待马氏性检验结果。

(2) 建立序列状态分级标准, 确定资料序列的对应状态。常用的状态分级方法有聚类分析法、样本均值-标准差分级法、频率曲线法等。水文分析中常用 P-III 型频率曲线法来确定各年份的丰枯状态, 且为使样本序列具有代表性, 一般要求样本序列不应少于 30 年。根据状态分级标准, 即可确定资料序列所对应的状态。

(3) 用  $f_{ij}$  表示指标值序列  $x_1, x_2, \dots, x_n$  中从状态  $i$  经过一步或多步转移到达状态  $j$  的频数,  $i, j \in E$ 。对资料序列所对应的状态进行统计计算, 得到各状态的转移规律, 进而建立各阶(步长)的状态转移频数矩阵。

(4) 将状态转移频数矩阵  $(f_{ij})$ ,  $i, j \in E$  的第  $i$  行第  $j$  列元素  $f_{ij}$  除以各行的总和所得的值称为“转移概率”, 记为  $P_{ij}$ ,  $i, j \in E$ , 即

$$P_{ij} = \frac{f_{ij}}{\sum_{j=1}^m f_{ij}} \quad (2)$$

式中:  $m$  为指标值序列包含的可能的状态。

(5) 对随机变量进行马氏检验。将转移概率矩阵  $(P_{ij})$  的第  $j$  列之和除以各行各列的总和所得的值称为“边际概率”, 记为  $P_{.j}$ , 即

$$P_{.j} = \frac{\sum_{i=1}^m f_{ij}}{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{ij}} \quad (3)$$

则当序列长度  $n$  充分大时, 统计量

$$X^2 = 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m f_{ij} \left| \lg \frac{P_{ij}}{P_{.j}} \right| \quad (4)$$

给定显著性水平  $\alpha$  查表可得分位点  $X_{\alpha}^2((m-1)^2)$  的值, 计算后得统计量  $X^2$  的值, 若  $X^2 > X_{\alpha}^2 \cdot ((m-1)^2)$ , 则可以认为  $\{X_i\}$  符合马氏性, 否则可以认为该序列不可作为马氏链来处理。

(6) 计算各阶(步长)自相关系数。计算公式如下:

$$r_k = \frac{\sum_{l=1}^{n-k} (x_l - \bar{x})(x_{l+k} - \bar{x})}{\sum_{l=1}^n (x_l - \bar{x})^2} \quad (5)$$

式中:  $r_k$  为第  $k$  步长自相关系数;  $x_l$  为序列的第  $l$  个值;  $\bar{x}$  为序列均值;  $n$  为序列长度。

(7) 各步长自相关系数规范化。计算公式如下:

$$w_k = |r_k| / \sum_{k=1}^c |r_k| \quad (6)$$

式中:  $w_k$  为规范化后的各步长自相关系数, 即各步长的马尔可夫链权重;  $c$  为按预测需要的最大步长。

(8) 以各种步长为初始状态, 结合其对应的转移概率矩阵, 预测其状态概率  $P_i^k$ 。

(9) 将同一状态的各项预测概率加权求和, 得到该状态的预测概率, 即

$$P_i = \sum_{k=1}^m w_k P_i^k \quad (7)$$

(10) 以各状态的预测概率  $P_i$  为权重, 与其对应状态的均值  $x_i$  加权求和, 得到预测值  $d$ , 即

$$d = \sum P_i x_i \quad (8)$$

将预测值加入原序列, 再重复以上步骤, 即可进行下一步的数值预测。

基于绝对分布的复权马尔可夫链预测和叠加复权马尔可夫链预测方法与基于加权马尔可夫链的复权马尔可夫链预测方法相似, 即在各自的状态预测概率基础上<sup>[21]</sup>加上步骤(10)求得预测值。

### 3 怒江水沙预测应用实例

怒江-萨尔温江是全球最典型的南北向发育国际大河, 其上游中国境内称为怒江。怒江流域属峡谷地形, 南北跨度大, 独特地理环境和气候条件使其成为全球生物多样性最突出的地区之一, 怒江也蕴藏了极为丰富的水能资源。但由于多种原因, 怒江干流水电开发一直未能实施, 其水文过程至今没有受到水利工程等人类活动的控制。本文以怒江干流道街坝水文站 1957-2015 年径流和 1964-2015 年悬移质输沙序列为数据基础, 并将 1957-2010 年径流和 1964-2010 年悬移质输沙序列作为预测方法分析期, 将 2011-2015 年径流和悬移质输沙作为预测方法的验证期, 以说明复权马尔可夫链预测方法的具体应用并检验预测精度。道街坝水文站控制流域面积 11.02 万 km<sup>2</sup>, 占中国境内怒江干流流域面积的 88.3%, 该站径流和悬移质输沙变化基本能代表怒江干流径流和悬移质输沙变化特征。

以怒江道街坝站 1957-2010 年 54 年径流量和 1964-2010 年 47 年悬移质输沙为例, 预测 2011 年径流量和悬移质输沙量, 以基于加权马尔可夫链为基础的复权马尔可夫预测为例, 详细介绍其计算过程。

(1) 初步判断道街坝站年径流和年悬移质输沙序列是否是随机变量。怒江干流水电梯级开发尚未实施, 径流和悬移质输沙没有受到人为控制。同时, 怒江干流流域云南段涉及 5 个县区, 但 2014 年末总人口仅 159.65 万人, 社会经济发展落后, 加之山高水低, 耕地少且分散, 区域内农业以自然耕种为主, 产流产沙条件基本保持天然状态。因此, 可初步判断怒江径流和悬移质输沙序列属随机变量。

(2) 建立道街坝站年径流和年悬移质输沙序列分级标准。径流和年悬移质输沙序列长度超过 30 年, 样本具有代表性, 宜采用 P-III 型分布频率曲线法来确定其所处状态。分别以保证率 0~12.5%、>12.5%~37.5%、>37.5%~62.5%、>62.5%~87.5%、>87.5%~100% 将年径流和年悬移质输沙分为丰、偏丰、平、偏少、少 5 级, 对应状态  $E = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 。年径流和年悬移质输沙 P-III 型分布各保证率对应的数值见表 1。

表 1 径流与悬移质输沙 P-III 型分布各保证率对应的数值  
Tab. 1 The values of runoff and suspended sediment corresponding to each guarantee rate based on P-III

状态	保证率(%)	对应数值	
		径流/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	输沙/(kg·s <sup>-1</sup> )
1	(0~12.5]	≥1974	≥1875
2	(12.5~37.5]	[1781, 1974)	[1167, 1875)
3	(37.5~62.5]	[1638, 1781)	[789, 1167)
4	(62.5~87.5]	[1456, 1638)	[474, 789)
5	(87.5~100]	<1456	<474

(3) 按照分级标准, 确定年径流和年悬移质输沙序列对应的状态(表 2)。

表 2 历年径流与悬移质输沙状态

Tab. 2 State of runoff and suspended sediment in each year

年份	$E_{径流}$	$E_{输沙}$												
1957	3		1968	4	5	1979	3	3	1990	1	2	2001	2	1
1958	4		1969	4	4	1980	1	2	1991	1	2	2002	3	3
1959	5		1970	2	2	1981	3	4	1992	4	4	2003	1	1
1960	5		1971	4	3	1982	4	4	1993	2	2	2004	1	1
1961	3		1972	5	4	1983	4	4	1994	4	3	2005	2	1
1962	2		1973	4	5	1984	4	4	1995	2	3	2006	5	2
1963	2		1974	2	3	1985	2	3	1996	2	3	2007	4	2
1964	2	4	1975	4	5	1986	5	5	1997	3	2	2008	3	3
1965	3	4	1976	4	5	1987	2	3	1998	1	1	2009	5	4
1966	3	3	1977	3	4	1988	2	3	1999	3	2	2010	2	2
1967	4	5	1978	4	4	1989	4	2	2000	1	1			

(4) 据表 2 进行统计分析, 得到 1 至 5 阶(步长) 状态转移频数矩阵(表 3、表 4)。

表 3 道街坝站 1957-2010 年径流量序列 1 至 5 阶(步长) 转移频数矩阵

Tab. 3 First to fifth order (step) transition frequency matrix of runoff series of Daojieba station from 1957 to 2010

a	$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & 3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 5 & 3 & 5 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	b	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 7 & 3 \\ 0 & 3 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	c	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 5 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 & 4 & 1 \\ 0 & 6 & 4 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$	d	$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	e	$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 3 & 6 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

注: 矩阵 a,b,c,d,e 分别为步长 1,2,3,4,5 的马尔科夫转移频数矩阵, 下同。

表 4 道街坝站 1964-2010 年悬浮质输沙量序列 1 至 5 阶(步长) 转移频数矩阵

Tab. 4 First to fifth order (step) transition frequency matrix of suspended sediment series of Daojieba station from 1964 to 2010

a	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 3 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 3 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$	b	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 6 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$	c	$\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 3 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$	d	$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	e	$\begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 5 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

(5) 对 1 至 5 阶(步长) 状态转移频数矩阵进行统计分析, 得到各个步长的马尔科夫链转移概率矩阵(表 5、表 6)。

表 5 道街坝站 1957-2010 年径流量序列 1 至 5 阶(步长) 转移概率矩阵

Tab. 5 First to fifth order (step) transition probability matrix of runoff series of Daojieba station from 1957 to 2010

a	$\begin{bmatrix} 3/6 & 2/6 & 1/6 & 0 & 0 \\ 2/10 & 3/10 & 3/10 & 2/10 & 0 \\ 1/12 & 3/12 & 3/12 & 2/12 & 3/12 \\ 0 & 3/12 & 3/12 & 5/12 & 1/12 \\ 0 & 0 & 2/6 & 2/6 & 2/6 \end{bmatrix}$
b	$\begin{bmatrix} 1/7 & 2/7 & 1/7 & 2/7 & 1/7 \\ 3/13 & 3/13 & 3/13 & 3/13 & 1/13 \\ 1/11 & 3/11 & 3/11 & 3/11 & 1/11 \\ 2/16 & 3/16 & 1/16 & 7/16 & 7/16 \\ 0 & 3/5 & 2/5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
c	$\begin{bmatrix} 1/7 & 2/7 & 0 & 3/7 & 1/7 \\ 4/13 & 2/13 & 5/13 & 2/13 & 0 \\ 2/10 & 2/10 & 1/10 & 4/10 & 1/10 \\ 0 & 6/16 & 4/16 & 4/16 & 2/16 \\ 0 & 2/5 & 0 & 2/5 & 2/5 \end{bmatrix}$
d	$\begin{bmatrix} 1/7 & 2/7 & 2/7 & 3/7 & 0 \\ 2/13 & 2/13 & 3/13 & 5/13 & 1/13 \\ 1/10 & 3/10 & 3/10 & 2/10 & 1/10 \\ 2/15 & 5/15 & 2/15 & 4/15 & 2/15 \\ 1/5 & 3/5 & 0 & 1/5 & 0 \end{bmatrix}$
e	$\begin{bmatrix} 1/7 & 4/7 & 1/7 & 0 & 1/7 \\ 3/13 & 3/13 & 1/13 & 5/13 & 1/13 \\ 1/10 & 2/10 & 2/10 & 4/10 & 1/10 \\ 1/15 & 4/15 & 3/15 & 6/15 & 1/15 \\ 1/4 & 1/4 & 2/4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

表 6 道街坝站 1964-2010 年悬浮质输沙量序列 1 至 5 阶(步长) 转移概率矩阵

Tab. 6 First to fifth order (step) transition probability matrix of suspended sediment series of Daojieba station from 1964 to 2010

a	$\begin{bmatrix} 3/6 & 2/6 & 1/6 & 0 & 0 \\ 2/10 & 3/10 & 3/10 & 2/10 & 0 \\ 1/12 & 3/12 & 3/12 & 2/12 & 3/12 \\ 0 & 3/12 & 3/12 & 5/12 & 1/12 \\ 0 & 0 & 2/6 & 2/6 & 2/6 \end{bmatrix}$
b	$\begin{bmatrix} 3/6 & 2/6 & 1/6 & 0 & 0 \\ 1/10 & 3/10 & 2/10 & 4/10 & 0 \\ 2/12 & 4/12 & 2/12 & 1/12 & 3/12 \\ 0 & 1/11 & 6/11 & 2/11 & 2/11 \\ 0 & 1/6 & 1/6 & 3/6 & 1/6 \end{bmatrix}$
c	$\begin{bmatrix} 3/6 & 2/6 & 1/6 & 0 & 0 \\ 1/10 & 2/10 & 3/10 & 3/10 & 1/10 \\ 2/11 & 4/11 & 2/11 & 3/11 & 0 \\ 0 & 1/11 & 3/11 & 2/11 & 4/11 \\ 0 & 2/6 & 2/6 & 1/6 & 1/6 \end{bmatrix}$
d	$\begin{bmatrix} 2/6 & 1/9 & 2/6 & 1/6 & 0 \\ 2/11 & 5/11 & 0 & 3/11 & 1/11 \\ 0 & 0 & 4/11 & 3/11 & 4/11 \\ 0 & 2/6 & 2/6 & 2/6 & 0 \end{bmatrix}$
e	$\begin{bmatrix} 2/6 & 2/6 & 1/6 & 1/6 & 0 \\ 2/8 & 0 & 5/8 & 0 & 1/8 \\ 2/11 & 4/11 & 2/11 & 2/11 & 1/11 \\ 0 & 3/11 & 3/11 & 4/11 & 1/11 \\ 0 & 2/6 & 0 & 3/6 & 1/6 \end{bmatrix}$

水平下分位点  $X_{\alpha}^2(16)$  的值 26.296, 因此该径流量和悬浮质输沙序列满足马氏性。

(7) 按照式(5)、式(6) 分别计算各步长自相关系数和马尔可夫链权重, 结果如表 7 所示。

(8) 以各种滞时为初始状态, 结合相应的转移概率矩阵预测其状态概率。依据 2010、2009、2008、2007、2006 年的年径流和年悬移质输沙量及其相应的状态转移概率矩阵, 结合式(7) 将同一状态的各项

(6) 结合步长为 1 的转移概率矩阵和式(3)、式(4), 求得怒江道街坝站 64 年径流量和 47 年悬浮质输沙量序列对应的边际概率和统计量  $x^2$ , 计算得到  $x^2$  值分别为 30.29 和 34.71, 大于  $\alpha=0.05$  显著性

表 7 各步长自相关系数及其对应的马尔可夫链权重

Tab. 7 First to fifth order (step) transition probability matrix of suspended sediment series of Daojiba station from 1964 to 2010

项 目	径流 $k$					输沙 $k$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
$r_k$	0.034	0.118	0.154	-0.158	0.162	0.522	0.448	0.508	0.290	0.347
$w_k$	0.055	0.188	0.246	0.252	0.259	0.247	0.212	0.240	0.137	0.164

测概率加权求和即可对 2011 年的年径流和年悬移质输沙状态概率进行预测(表 8、表 9)。

表 8 2011 年径流量各状态的预测概率

Tab. 8 Predicted probability of each state for runoff in 2011

滞时 /a	初始年	状态	权重	状态概率					概率来源
				1	2	3	4	5	
1	2010	2	0.055	0	4/13	3/13	4/13	2/13	$P^{(1)}$
2	2009	5	0.188	0	3/5	2/5	0	0	$P^{(2)}$
3	2008	3	0.246	0	6/16	4/16	4/16	2/16	$P^{(3)}$
4	2007	4	0.252	2/15	5/15	2/15	4/15	2/15	$P^{(4)}$
5	2006	5	0.259	1/4	1/4	2/4	0	0	$P^{(5)}$

2011 年径流量各状态概率预测 0.148 0.328 0.276 0.183 0.067

表 9 2011 年悬移质输沙量各状态概率预测

Tab. 9 Predicted probability of each state for suspended sediment in 2011

滞时 /a	初始年	状态	权重	状态概率					概率来源
				1	2	3	4	5	
1	2010	2	0.247	3/6	2/6	1/6	0	0	(1)
2	2009	4	0.212	0	1/11	6/11	2/11	2/11	$P^{(2)}$
3	2008	3	0.240	2/11	4/11	2/11	3/11	0	$P^{(3)}$
4	2007	2	0.137	2/9	3/9	3/9	1/9	0	$P^{(4)}$
5	2006	2	0.164	2/8	0	5/8	0	1/8	$P^{(5)}$

2011 年悬移质输沙量各状态概率预测 0.165 0.226 0.381 0.169 0.059

(9) 将各状态的预测概率作为权重, 与其对应状态的均值依据式 (8) 进行加权求和, 即可得到 2011 年径流和年悬移质输沙的预测值(表 10)。

表 10 2011 年径流和悬移质输沙量的数值预测

Tab. 10 The predicted values of runoff and suspended sediment in 2011

	状态	均值	权重	预测值
径流 $/(m^3 \cdot s^{-1})$	1	2066	0.148	1766
	2	1868	0.328	
	3	1729	0.276	
	4	1536	0.183	
	5	1390	0.067	
输沙 $/(kg \cdot s^{-1})$	1	2500	0.165	1233
	2	1441	0.226	
	3	968	0.381	
	4	602	0.169	
	5	425	0.059	

(10) 由表 10 可知, 2011 年径流预测值 1766  $m^3/s$  与实测值对比, 相对预测误差为 2.08%; 2011 年悬移质输沙预测值 1233  $kg/s$  与实测值对比, 相对预测误差为 5.08%。

将预测值加入原序列, 重复以上步骤, 即可得到 2012-2015 年径流和悬移质输沙量的预测值。基于绝对分布的马尔可夫链预测和叠加马尔可夫链预测方法的复权马尔可夫预测方法与基于加权马尔可夫链的复权马尔可夫预测方法相似, 即先求得各状态的预测概率, 再以预测概率为权重, 结合数据序列中各对应状态的均值加权求和, 即求得数值预测结果。

表 11 是在加权马尔可夫链预测、基于绝对分布的马尔可夫链预测和叠加马尔可夫链预测方法的基础上, 以各状态预测概率为权重, 结合状态平均值进行加权求和的复权马尔可夫预测方法的数值预测结果。由表 11 可知, 2011-2015 年预测值的径流和悬移质输沙量序列的马尔可夫检验统计量  $X^2$  均大于 26.926, 说明预测所用的时间序列在 0.05 显著性水平下均满足马氏性。预测值与实测值对比表明, 径流数值预测精度总体高于悬移质输沙数值预测精度, 这可能是由于相对于径流量而言, 悬移质输沙受人类活动影响更大, 导致怒江干流悬移质输沙状态之间的数值跨度较大, 1964-2015 年期间怒江输沙极值比达 7.19。2011-2014 年怒江干流径流数值预测精度相对较高, 而 2015 年径流数值预测精度较低; 2011-2013 年怒江干流输沙数值预测精度相对较高, 而 2014-2015 年输沙数值预测精度较低, 这可能与复权马尔可夫链更适合短期预测有关, 随着预测时间的延长, 预测误差可能被逐步放大。本研究短期数值预测结果精度与马占青等<sup>[23]</sup>基于马尔可夫链预测模型的杭州市降水量数值预测结果精度相当, 高于马建琴等<sup>[24]</sup>的改进型灰色马尔可夫链模型对三门峡入库年径流的预测精度, 为较少受人类活动控制的河流的径流和输沙的数值预测提供了一条值得探索的途径。

#### 4 结论

已有的马尔可夫链预测方法多限于进行状态预测, 而本文建立的复权马尔可夫链预测方法能够进行数值预测, 实现了对马尔可夫链预测方法的关键性改进, 不仅提高了预测精度, 也扩展了该方法的应用范围。不受人为控制的随机性序列和足够的序列长度, 是适用于马尔可夫链的前提条件。复权马尔可夫链在马尔可夫链前期研究的基础上, 进一

表 11 2011—2015 年径流和悬移质输沙量的数值预测

Tab. 11 The predicted values of runoff and suspended sediment in 2011-2015

项目	年份	基于加权马尔可夫链的数值预测			基于绝对分布的马尔可夫链的数值预测			基于叠加马尔可夫链的数值预测		
		预测值	预测误差 (%)	$X^2$	预测值	预测误差 (%)	$X^2$	预测值	预测误差 (%)	$X^2$
径流 ( $m^3 \cdot s^{-1}$ )	2011	1 766	2.08	30.29	1 660	4.05	30.29	1 751	1.21	30.29
	2012	1 707	3.45	32.66	1 763	6.85	32.66	1 719	4.18	32.66
	2013	1 769	16.38	31.80	1 760	15.79	31.80	1 764	16.05	31.80
	2014	1 742	2.47	30.52	1 758	3.41	30.52	1 744	2.59	30.52
	2015	1 729	38.32	31.82	1 756	40.48	31.82	1 733	38.64	31.82
输沙 ( $kg \cdot s^{-1}$ )	2011	1 234	5.08	34.71	1 343	3.31	34.71	1 243	4.38	34.71
	2012	1 131	21.22	35.45	1 349	44.59	35.45	1 155	23.79	35.45
	2013	1 043	4.31	37.07	1 354	24.22	31.26	1 030	5.50	37.07
	2014	1 104	34.67	38.15	1 357	19.70	40.23	1 123	33.55	40.23
	2015	1 223	76.22	40.24	1 359	95.82	43.07	1 242	78.96	43.2

注:  $X^2$  为马尔可夫检验值。

步以各状态的预测概率为权重,结合状态平均值进行二次加权求和,从而实现数值预测。与其他马尔可夫链改进方法相比,复权马尔可夫链能更充分地挖掘随机序列的信息。怒江干流水沙预测实例表明,所建立的复权马尔可夫链预测方法思路清晰、物理概念明确、计算简便,为提高随机变量的数值预测精度提供了一种可行的途径。

## 参考文献(References):

- [1] 贺娟,王晓松,王彩云. 加权马尔可夫链模型在密云水库入库流量中的应用[J]. 南水北调与水利科技, 2015, 13(4): 618-621. (HE J, WANG X S, WANG C Y. Application of the weighted Markov chain model in the inflow prediction of the Miyun Reservoir[J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2015, 13(4): 618-621. (in Chinese)) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdkq.2015.04.003.
- [2] 王涛,钱会,李培月. 加权马尔可夫链在银川地区降雨量预测中的应用[J]. 南水北调与水利科技, 2010, 8(1): 78-81. (WANG T, QIAN H, LI P Y. Prediction of precipitation based on the weighted Markov chain in Yinchuan area[J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2010, 8(1): 78-81. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1672-1683.2010.01.021.
- [3] 王亚雄,黄淑娟,刘祖发,等. 变化环境下北江下游年径流量的加权马尔可夫链预测[J]. 生态环境学报, 2011, 20(4): 754-760. (WANG Y X, HUANG S X, LIU Z F, et al. Forecast of yearly river runoff in lower reaches of Bei Jiang River by Weighted Markov Chain Method in changing environments[J]. Ecology and Environmental Sciences, 2011, 20(4): 754-760. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1674-5906.2011.04.030.
- [4] 潘刚,芦冰,邹兵,等. 马尔可夫链在水库主汛期降雨状态预测中的应用[J]. 水利科技与经济, 2011, 17(6): 33-36. (PAN G, LU B, ZOU B, et al. Markov Chain state in the reservoir the main flood season rainfall forecast[J]. Water Conservancy Sci
- ence and Technology and Economy, 2011, 17(6): 33-36. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1006-7175.2011.06.014.
- [5] 赵琳琳,夏乐天. 模糊加权马尔可夫链模型及其应用[J]. 江西农业学报, 2007, 19(1): 151-153. (ZHAO L L, XIA L T. Model of fuzzy weighted Markov chain and its application[J]. Acta Agriculturae Jiangxi, 2007, 19(1): 151-153. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1001-8581.2007.01.059.
- [6] 孙才志,张戈,林学钰. 加权马尔可夫链在降水丰枯状况预测中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 2003, 23(4): 100-105. (SUN C Z, ZHANG G, LIN X Y. Model of Markov chain with weights and its application in predicting the precipitation state[J]. Journal of Systems Engineering Theory & Its Application, 2003, 23(4): 100-105. (in Chinese)) DOI: 10.3321/j.issn:1000-6788.2003.04.021.
- [7] 冯耀龙,韩文秀. 权马尔可夫链在河流丰枯状况预测中的应用[J]. 系统工程理论与实践, 1999, (10): 89-98. (FENG Y L, HAN W X. The application of weighted Markov chain to the prediction of river runoff state[J]. Systems Engineering Theory & Practice, 1999, 19(10): 89-98. (in Chinese)) DOI: 10.3321/j.issn:1000-6788.1999.10.015.
- [8] 陈昌春. 变化环境下江西省干旱特征与径流变化研究[D]. 南京大学, 2013: 55-64. (CHEN C C. Drought characteristics and runoff alterations in a changing environment in Jiangxi Province[D]. Nanjing University, 2013: 55-64. (in Chinese))
- [9] 张和喜. 贵州区域干旱演变特征及预测模型研究[D]. 沈阳农业大学, 2013: 79-92. (ZHANG H X. Regional drought evolution characteristics and forecasting model in Guizhou Province[D]. Shenyang Agricultural University, 2013: 79-92. (in Chinese))
- [10] 彭勇. 中长期水文预报与水库群优化调度方法及其系统集成研究[D]. 大连理工大学, 2007: 77-91. (PENG Y. Method of long term hydrological forecasting and optimal operation of reservoirs and its integration[D]. Dalian University of Technology, 2007: 77-91. (in Chinese)) DOI: 10.7666/d.y1193624.
- [11] 夏乐天. 梅雨强度的指数权马尔可夫链预测[J]. 水利学报,

- 2005, 36(8): 988-993. (XIA L T. Prediction of plum rain intensity based on index weighted Markov chain[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2005, 36(8): 988-993. (in Chinese)) DOI: 10.3321/j.issn:0559-9350.2005.08.017.
- [12] 夏乐天, 朱元甦, 沈永梅. 加权马尔可夫链在降水状况预测中的应用[J]. 水利水电科技进展, 2006, 26(6): 20-23, 27. (XIA L T, ZHU Y S, SHEN Y M. Application weighted Markov chain to prediction of precipitation[J]. Advances in Science and Technology of Water Resources, 2006, 26(6): 20-23, 27. (in Chinese)) DOI: 10.3880/j.issn.1006-7647.2006.06.005.
- [13] 赵琳琳, 夏乐天. 灰色马尔可夫链模型的改进及其应用[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2007, 35(4): 487-490. (ZHAO L L, XIA L T. Improved gray Markov SCGM(1, 1) model and its application[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2007, 35(4): 487-490. (in Chinese))
- [14] 赵雪花, 黄强, 吴建华. 基于灰色马尔可夫链的径流序列模式挖掘[J]. 武汉大学学报(工学版), 2008, 41(1): 1-4. (ZHAO X H, HUANG Q, WU J H. Runoff series pattern mining based on grey Markov chain[J]. Engineering Journal of Wuhan University, 2008, 41(1): 1-4. (in Chinese))
- [15] 赵玲萍, 王俊, 张凤娥, 等. 基于灰色残差-马尔可夫耦合模型的农业需水量预测研究[J]. 节水灌溉, 2010(11): 4-6, 10. (ZHAO L P, WANG J, ZHANG F E, et al. Application of gray residual error model and Markov model in agricultural water requirement prediction[J]. Water Saving Irrigation, 2010(11): 4-6, 10. (in Chinese))
- [16] 倪彦知, 程楠. 基于灰色马尔可夫模型的区域地下水位动态预报[J]. 岩土工程学报, 2011, 33(增刊1): 71-75. (ZHU Y Z, CHENG N. Dynamic forecast of regional groundwater level based on grey Markov chain model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2011, 33(Sup. 1): 71-75. (in Chinese))
- [17] 张蕊, 夏乐天. 灰色马尔可夫链模型在降雨预测中的应用[J]. 重庆理工大学学报(自然科学), 2012, 26(10): 103-106. (ZHANG R, XIA L T. The application of grey Markov chain model in rainfall projection[J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2012, 26(10): 103-106. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1674-8425(z).2012.10.023.
- [18] 沈永梅, 夏乐天. 叠加马尔可夫链模型在雨季强度指数预测中的应用[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2006, 34(4): 477-480. (SHEN Y M, XIA L T. SPM-CP model and its application to prediction of rainfall intensity index for rainy season[J]. Journal of Hohai University (Natural Sciences), 2006, 34(4): 477-480. (in Chinese)) DOI: 10.3321/j.issn:1000-1980.2006.04.029.
- [19] 钱家忠, 朱学愚, 吴剑锋. 地下水资源评价中降水量的时间序列马尔可夫模型[J]. 地理科学, 2001, 21(4): 350-353. (QIAN J Z, ZHU X Y, WU J F. Time series Markov prediction model for precipitation in the course of evaluation of groundwater resources[J]. Scientia Geographica Sinica, 2001, 21(4): 350-353. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1000-0690.2001.04.011.
- [20] 鲁帆, 蒋云钟, 严登华. 基于多重转移概率的长期降水量预报模型研究[J]. 南水北调与水利科技, 2010, 8(3): 76-78. (LU F, JIANG Y Z, YAN D H. Long term rainfall forecasting model research based on multiple transition probability[J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2010, 8(3): 76-78. (in Chinese)) DOI: 10.3969/SP.J.1201.2010.03076.
- [21] 夏乐天. 马尔可夫链预测方法及其在水文序列中的应用研究[D]. 河海大学, 2005. (XIA L T. Research of Markov chain prediction method and its application on hydrology series[D]. Hohai University, 2005. (in Chinese))
- [22] 夏乐天, 朱元甦. 马氏链预测方法的统计试验研究[J]. 工程数学学报, 2010, 27(2): 313-320. (XIA L T, ZHU Y S. Study on statistical experiment of Markov chain prediction methods[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2010, 27(2): 313-320. (in Chinese)) DOI: 10.3969/j.issn.1005-3085.2010.02.015.
- [23] 马占青, 徐明仙, 俞卫阳, 等. 年降水量统计马尔可夫预测模型及其应用[J]. 自然资源学报, 2010, 25(6): 1033-1041. (MA Z Q, XU M X, YU W Y, et al. Statistic Markovian model for predicting of annual precipitation[J]. Journal of Natural Resources, 2010, 25(6): 1033-1041. (in Chinese))
- [24] 马建琴, 许龙宾, 师琨. 改进型灰色马尔可夫模型在径流预测中的应用[J]. 华北水利水电学院学报, 2012, 33(2): 39-42. (MA J Q, XU L B, SHI K. The application of improved grey Markov model in runoff prediction[J]. Journal of North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, 2012, 33(2): 39-42. (in Chinese))