

DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2021.0093

肖章玲,梁忠民,李彬权,等.一种基于混沌理论的“量”-“型”相似预测模型[J].南水北调与水利科技(中英文),2021,19(5):894-899,929. XIAO Z L, LIANG Z M, LI B Q, et al. A quantitative pattern similarity prediction model based on chaos theory [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2021, 19(5): 894-899, 929. (in Chinese)

一种基于混沌理论的“量”-“型”相似预测模型

肖章玲,梁忠民,李彬权,王军,胡义明

(河海大学水文水资源学院,南京 210098)

摘要:相空间相似点模型是一种基于混沌理论的预测方法,提出“量”-“型”耦合的相似性识别技术对该方法进行改进。将以欧氏距离描述两个相点的空间接近程度定义为相点的“量”相似,以累积单位阶跃函数描述两个相点的内部结构相似程度定义为相点的“型”相似,建立双目标相似点寻优模型并采用宽容分层序列法求解,实现混沌预测。以丹江口水库流域月降雨序列为研究对象,对改进方法进行应用研究。结果表明,相较于原模型,新方法的预测精度有较明显提高,以逐月降雨预报为例,相对误差(取绝对值后的平均值)从44%降低到23%。改进后的混沌“量”-“型”相似预测模型有效可行,为月降雨预报提供了一种新途径。

关键词:混沌理论;相空间重构;“量”-“型”相似预测法;累积单位阶跃函数;宽容分层序列法

中图分类号:TV213;P338 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标志码(OSID):



水文预测是防洪减灾和水资源利用的技术基础,但一直以来都是水文科学的难题,特别是随着预见期的增长,水文过程的非线性特征更加明显,传统方法面临挑战,混沌理论为水文预测提供了一种新的思路^[1]。

近年来,国内外水文学者在应用混沌理论进行降雨/径流预测方面取得了一定进展:Sivakumar等^[2]在重构相空间的基础上建立了二阶局域预测模型,在月径流预测上取得了较好的应用效果;Chaitanya等^[3]将混沌理论和时间序列数据挖掘应用于密西西比河上小流域的洪水预报中,并讨论了预见期对结果的影响;Ghorbani等^[4]提出了混沌理论与多基因遗传算法耦合的日径流预报方法,对比了耦合前后的预报精度;丁涛等^[5]从区间预测的角度出发提出了一种混沌水文时间序列区间预测算法,提供了区间风险度和预测区间的变化关系;石教智等^[6]将混沌分析应用到东江流域月降雨预测中,并

通过主分量分析方法进一步验证了月降雨序列的混沌性;梁婕等^[7]采用混沌径向基函数神经网络预测月降雨量,认为监测误差对混沌预测影响较大;计亚丽等^[8]分别采用LS-SVM模型和RBF神经网络模型与混沌理论结合,对乌尔逊河月降雨量进行预测;乔雨等^[9]分析了不同时间尺度下黑龙江省降水系列的混沌特性及其空间分布情况;周长让等^[10]对长江上游武隆站和石碛站的日径流序列展开了混沌分析,研究了最大Lyapunov指数对序列长度的响应。

目前对混沌识别方法的研究相对较多,而对混沌预测的研究相对较少^[11]。混沌时间序列的预测方法包括相空间相似点预测、回归分析法、Lyapunov指数预测法、混沌径向基函数法等。其中,相空间相似点预测模型是最常用的预测方法之一。该模型中的相似相点定义为相空间中相点之间的欧氏距离较小,这实际上是一种“量”的相似。“量”相似考虑的是相点的整体相似性,但没有反映相点内部

收稿日期:2020-12-22 修回日期:2021-06-10 网络出版时间:2021-06-29

网络出版地址:https://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1430.TV.20210629.1010.002.html

基金项目:国家自然科学基金项目(41730750);中央高校基本科研业务费项目(B210203076)

作者简介:肖章玲(1994-),女,湖南茶陵人,博士研究生,主要从事水文水资源研究。E-mail:jessiezl@163.com

通信作者:梁忠民(1962-),男,辽宁凤城人,教授,博士生导师,主要从事水文水资源研究。E-mail:zmliang@hhu.edu.cn

结构的相似程度,即对两个相点在维上的升/降变化趋势是否一致或相近,无法描述。因此,相点间的相似性不仅包括“量”相似,也包含相点内部结构的相似性,可称之为“型”相似。即使相点之间的欧氏距离较小,其内部结构可能会有很大差别,导致预测精度不高。基于此,本文对传统的混沌相空间相似点模型进行改进,提出了“量”-“型”耦合的相似预测方法,为水文混沌预测提供一条新途径。

1 模型与方法

1.1 相空间重构

相空间重构是分析水文混沌动力学系统的基础,其目的是将一维时间序列重构为多维相空间,以便充分挖掘原序列中蕴藏的信息。时间延迟 τ 和嵌入维数 m 是相空间重构中关键的两个参数。按照 Takens 定理^[12]可以在拓扑等价意义下进行相空间重构,对于时间序列 $\{x(1), x(2), \dots, x(n)\}$,如果选择合适的 τ 和 m ,则重构相空间 Y 为

$$Y = \begin{pmatrix} x(1) & x(1+\tau) & \cdots & x[1+(m-1)\tau] \\ x(2) & x(2+\tau) & \cdots & x[2+(m-1)\tau] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(i) & x(i+\tau) & & x[i+(m-1)\tau] \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x(N) & x(N+\tau) & \cdots & x[N+(m-1)\tau] \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中:第 i 个相点为 $Y(i), Y(i) = \{x(i), x(i+\tau), \dots, x[i+(m-1)\tau]\}$;相空间中的相点总数为 $N, N = n - (m-1)\tau$ 。

采用自相关函数法和 G-P 算法来分别确定 τ 和 m 。对于一个长度为 n 的时间序列 $\{x(1), x(2), \dots, x(n)\}$,自相关函数为

$$U(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x(i) x(i+\tau) \quad (2)$$

由此可做出自相关函数关于时间 τ 的关系曲线。取自相关函数第一次下降到零时对应的时间为时间延迟 τ ,这样能保证各嵌入坐标间相关性最小^[13]。

1983年,Grassberger^[14]和 Grassberger 等^[15]提出了从时序计算吸引子关联维的 G-P 算法。给定一超球面半径 r ,距离小于 r 的相点点对数在所有相点点对中所占比例记为 $C_m(r)$:

$$C_m(r) = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N f(r - \|Y(i) - Y(j)\|) \quad (3)$$

式中: N 为总相点数; f 为 Heaviside 单位函数。

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases} \quad (4)$$

$C_m(r)$ 称为吸引子的关联函数,描述了相空间中吸引子上两点之间距离小于 r 的概率。关联维数 D 能够描述混沌吸引子的自相似结构,计算方法为

$$D = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C_m(r)}{\log(r)} \quad (5)$$

1.2 改进的相空间相似点模型

由 Takens 定理,对于恰当的嵌入维数 m 和时间延迟 τ ,重构相空间在嵌入空间中的“轨线”,在微分同胚的意义下与原系统是“动力学等价”的^[16]。因此存在一个光滑映射 $f: R^m \rightarrow R^m$,使得

$$Y(t+T) = f[Y(t)] \quad (6)$$

式中: T 为预测步长。式(6)表示通过历史观测数据 $Y(t)$ 直接估计 $t+T$ 时刻的相点 $Y(t+T)$ 。对水文预测问题,如本文的月降雨量预测,可对未来一年各月月降雨同时进行预测,第 l 月相应的预见期为 l ,其中 $l=1, 2, \dots, 12$,即预测次年 1 月月降雨时,预见期为 1 个月,预测次年 12 月月降雨时,相应的预见期为 1 年。

采用相空间相似点进行预测,其本质就是由相点 $Y(t)$ 预测 $Y(t+T)$,反映的是动力系统的演化过程。因此,在相空间 R^m 中搜索与 $Y(t)$ 最相近的相点 $T(t')$,则由下一个相点 $Y(t'+T)$ 进行 $Y(t+T)$ 的预测,这就是相空间相似点模型的思路。实际应用时,一般寻找最相似的 k 个相点再取其平均值预测 $Y(t+T)$ 。相空间相似点预测模型^[17]为

$$Y(t+T) = \sum_{i=1}^k \varphi_i Y_i(t'+T) \quad (i=1, \dots, k) \quad (7)$$

式中: k 为选取的相似相点数目(一般 $k > m+1, m$ 是相空间的嵌入维数); $Y_i(t')$ 为与预测中心点 $Y(t)$ 相似的相点; φ_i 为 $Y_i(t')$ 的权值,本文取等权重,即 $\varphi_i = 1/k$ 。

该模型一般以欧氏距离作为相点 $Y_i(t')$ 与预测中心点 $Y(t)$ 相似程度的度量,距离越小则表示越相似。对水文预测问题,如本文的月降雨量预测,每个相点由 m 维月降雨量(m 维坐标)组成,按欧氏距离大小度量相似程度就意味着两个相点在各个维度对应的月降雨量相近,这实质上相当于一种“量”的相似。“量”相似考虑的是相点的整体相似性,但没有反映相点 m 内部结构的相似程度,如对两个相点维月雨量在时序上的升/降变化趋势是否一致或相近,无法描述。因此,本文在“量”相似基础上再引入“型”相似概念,反映相点内部结构的相似性,两者结合寻找相似点,从而实现相空间相似点预测模型进行改进。

设 2 个相点 $Y(i), Y(j)$ 分别为 $Y(i) = \{x(i),$

$x(1+\tau), \dots, x[i+(m-1)\tau], Y(j) = \{x(j), x(j+\tau), \dots, x[j+(m-1)\tau]\}$ 。定义反映 2 个相点内部结构相似的函数来描述相点的“型”相似。

令 $\text{con}(k) = \{x[i+(s-1)\tau] - x[i+(s-2)\tau]\} / \{x[i+(s-1)\tau] + x[i+(s-2)\tau]\}$, 其中 $s=2, 3, \dots, m$, 则 2 个相点第 s 维的相似性可用单位阶跃函数 $\text{Score}(s)$ 描述

$$\text{Score}(s) = \begin{cases} 0, & \text{con}(s) \leq 0 \\ 1, & \text{con}(s) > 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中: s 为 m 维相空间中嵌入维数序号; $\text{con}(s)$ 表示相点坐标在第 k 维的变化趋势的一致性与否。若 2 个相点在第 s 维上坐标变化趋势一致(同升或同降), 则 $\text{con}(s) > 0$, 并记 $\text{Score}(s)$ 为 1; 反之, $\text{con}(s) < 0$, $\text{Score}(s)$ 为 0。

2 个相点的相似度可用累积单位阶跃函数 $\sum \text{Score}(s)$ 来描述, 其值越大表示 2 个相点内部结构变化趋势一致, 即“型”越相似, 反之亦然。

基于此, 相空间的相似点定义为

(1) “量”相似原则, 即与预测中心点的欧氏距离较小^[17]。

$$F_1: \min_i |Y(t) - Y_i(t')| \quad (9)$$

(2) “型”相似原则, 即与预测中心点的内部结构相似。

$$F_2: \max_i \sum \text{Score}_i(s) \quad (10)$$

根据式(7), 需要确定 $k+1$ 个相似的相点, 显然, 这是个双目标优化问题, 采用宽容分层序列法求解。分层序列法的基本思想是按目标的重要性逐一排队, 然后依次在前一目标最优解的集合域内逐个地对各目标求最优解, 即: 首先在约束规定的可行集 I 内对第一个目标求最优解, 并找出所有最优解的集合即为 I_1 , 然后在 I_1 内求第二个目标的最优解, 记第二个目标的最优解集合为 I_2 , 如此依次进行下去, 直到求得最后一个目标的最优解。但这个方法只有在 I_1, I_2 等集合均不为空时才能应用。当某个目标函数求得的最优解是一个唯一值时, 分层序列法在求解过程中无法继续求解。因此引入“宽容分层序列法”, 对各目标函数值适当放宽要求, 引入一个宽容度 $\xi > 0$, 在前一目标函数最优值附近的某一范围进行优化, 避免计算过程的中断。由于“量”相似原则是混沌相空间相似点预测模型的主要内容, 而“型”相似是改进混沌相空间相似点预测模型的新增内容, 故认为“量”相似原则为第一目标, “型”相似原则为第二目标。因此, “量”“型”耦合选优方法为

$$\min F_1(i) = F_1^* \quad i \in I \quad (11)$$

$$\max F_2(i) = F_2^* \quad i \in I_1 \{i | F_1(i) \leq F_1^* + \xi_1\} \quad (12)$$

式中: I 为重构相空间中所有相点个数; I_1 为满足第一优化目标(即“量”相似目标)的相似相点个数; ξ_1 为第一个目标函数所容许的宽容度; F_1^* 为满足“量”相似优化目标的相点; F_2^* 为满足“量”相似、“型”相似 2 个优化目标的相似相点。

2 实例分析

2.1 研究区概况

丹江口以上流域跨越湖北、河南、陕西 3 省, 流域控制面积 9.5 万 km^2 , 占汉江流域面积的 60%。流域地形复杂, 多为山地, 有小部分丘陵、平原、盆地, 地势呈西北高、东南低变化^[18]。流域多年平均年降水量 873.3 mm, 降雨年内分配不均, 5—10 月降水量占年降水量的 80%, 且多以暴雨形式出现^[19]。

2.2 关键参数确定

根据丹江口流域 1981—2015 年的月降雨资料预测 2016 年的逐月降雨量, 预见期分别为 1 个月、2 个月至 12 个月(月降雨资料来自长江水利委员会水文局)。通过自相关函数法和 G-P 算法分别确定相空间重构中的时间延迟和嵌入维数。根据丹江口流域 1981—2015 年的月降雨序列, 计算其自相关函数, 选取自相关函数首次下降到 0 时对应的滞时, 作为重构相空间的最佳时间延迟, 结果为 $\tau=3$ 。

取嵌入维数 $m=1, 2, 3, \dots, 12$, 对于每一个嵌入维数, 根据 G-P 算法求出关联积分 $C_m(r)$ 与超球面半径 r 的值, 取对数得到 $\ln C_m(r)$ 与 $\ln r$, 并点绘 $\ln C_m(r) - \ln r$ 关系, 见图 3。根据式(5)计算关联维数 D , 图中不同嵌入维数下曲线的无标度区(直线段)的斜率即为关联维数。

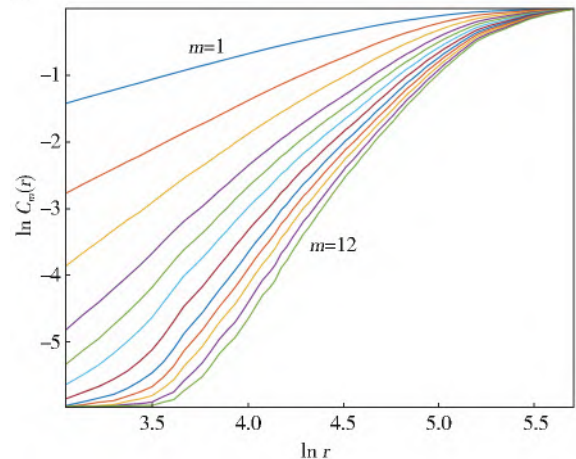


图 1 丹江口月降雨系列 $\ln C_m(r) - \ln r$ 关系
Fig. 1 $\ln C_m(r)$ vs $\ln r$ for monthly rainfall data in Danjiangkou basin

从 $\ln C_m(r) - \ln r$ 关系图中确定出直线的斜率,可得出丹江口月降雨系列的关联维数随嵌入维数 m 的变化,见图 2。从图 2 可以看出,随着相空间嵌入维数 m 的增加,大约在 $m=10$ 时关联维数出现饱和,对应的关联维数 $D=4.31$,表明丹江口月降雨系列具有混沌性。因此,重构相空间的最佳嵌入维数 $m=10$ 。

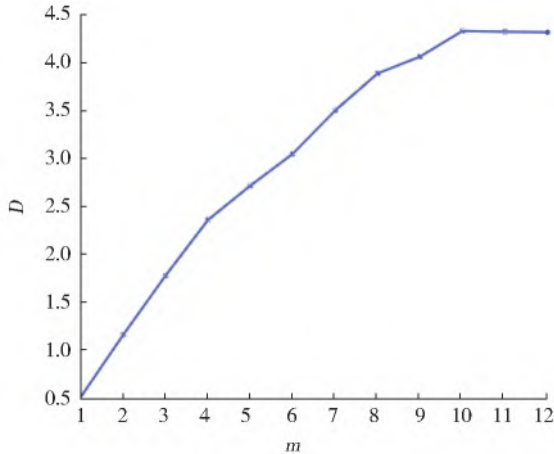


图 2 丹江口月降雨系列的饱和关联维数

Fig. 2 Saturation correlation dimension of monthly rainfall data in Danjiangkou basin

2.3 混沌时间序列预测

在相空间重构的基础上,确定时间延迟 $\tau=3$ 及嵌入维数 $m=10$,则可将原 1981—2015 年月降雨系列转化为 m 维空间下的 393 个相点。由于 G-P 算法

确定的嵌入维数 $m=10$,根据约束条件 $k > m+1$,取最少相似点个数 $k=12$ 。

根据混沌相空间相似点预测模型原理,选择与预测中心点 $Y(393)$ 欧氏距离最近的 12 个相点作为相似点,对 2016 年各月降雨量进行预测。

按照改进的相空间相似点模型,采用宽容分层序列法对第一个目标函数求解,得到最优解 $F_1^* = F(261) = 115.02$ 。然后在第一个目标函数的最优解集内求第二个目标函数的最优值,将第一个目标函数转化为辅助约束,此处根据实际情况经验地取宽容度 $\xi_1 = 100$,则 $F_1^* + \xi = 215.02$ 。与预测中心点 $Y(393)$ 的欧氏距离在 215.02 内的共有 72 个相点,因此从“量”相似的角度筛选出 72 个相似相点。再根据“型”相似原则,计算 $\sum \text{Score}_i(s)$,并筛选出 12 个得分最高的相点作为相似相点,以此 12 个相似点的平均进行预测。

2.4 结果分析

根据丹江口水库流域 1981—2015 年的月降雨序列,确定相空间重构参数 $\tau=3, m=10$,在相空间重构的基础上,应用改进后的“量”-“型”耦合相似预测模型对 2016 年 1—12 月的降雨量进行预测,预见期分别为 1、2、...、12 个月。为对比分析,也同时计算传统相空间相似点预测模型的结果见表 1,预测与实测效果对比散点图见图 3。

表 1 传统相似点预测模型和“量”-“型”耦合相似点预测模型的预测结果

Tab. 1 The results of chaos phase space similarity model and quantity-type coupled similarity prediction model

| 月份 | 实测值/mm | 传统相似点预测模型 | | “量”-“型”耦合相似预测模型 | |
|----|--------|-----------|--------|-----------------|--------|
| | | 预测值/mm | 相对误差/% | 预测值/mm | 相对误差/% |
| 1 | 6.14 | 12.74 | 108 | 9.45 | 54 |
| 2 | 16.08 | 12.05 | -25 | 18.80 | 17 |
| 3 | 26.75 | 30.65 | 15 | 37.13 | 39 |
| 4 | 60.07 | 48.23 | -20 | 70.06 | 17 |
| 5 | 105.19 | 80.16 | -24 | 93.50 | -11 |
| 6 | 106.10 | 104.27 | -2 | 117.06 | 10 |
| 7 | 153.08 | 156.70 | 2 | 144.78 | -5 |
| 8 | 55.25 | 167.23 | 203 | 87.65 | 59 |
| 9 | 92.13 | 116.51 | 26 | 101.56 | 10 |
| 10 | 115.91 | 75.10 | -35 | 74.00 | -36 |
| 11 | 35.12 | 45.16 | 29 | 34.57 | -2 |
| 12 | 10.98 | 15.84 | 44 | 9.80 | -11 |

由表 1 可以看出:传统相似点预测模型得到的 2—7 月降雨量相对误差的绝对值均在 25% 以内,其余各月误差较大;“量”-“型”耦合相似预测模型的相对误差的绝对值在 20% 以内的有 8 个月,与传统混

沌预测模型相比,2016 年相对误差取绝对值后的平均值从 44% 降低到 23%。总体来看,在大部分月份新方法的效果较好(12 个月中有 8 个月新方法的预测效果优于传统方法),少数月新方法与传统方法效

果相当。从图 3 亦可以看出,模型预测结果与实测值组成的点更集中在 45°线附近,相关系数更大。

由此可见,改进后的混沌相空间相似点预测模型,预报效果有较明显提升。

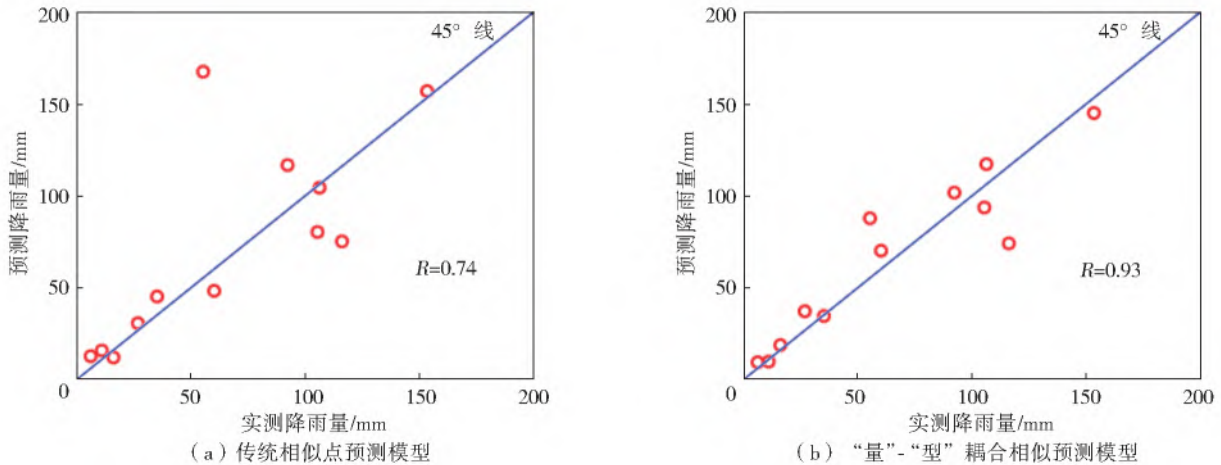


图 3 传统相似点预测模型和“量”-“型”耦合相似预测模型结果散点图

Fig. 3 The results of chaos phase space similarity model and quantity-type coupled similarity prediction model

3 结 论

本文对传统的混沌相空间相似点模型进行改进,提出“量”-“型”耦合的相似预测模型,并进行了月降雨预报示例研究,主要结论如下:

(1)传统的相空间相似点模型以与预测中心点的欧氏距离来判断相似点,本质上属于“量”相似。本文通过构造一个累积单位阶跃函数,以度量两个相点内部结构的“型”相似,并采用宽容分层序列法求解,从而实现“量”-“型”耦合的混沌预测。

(2)以丹江口以上流域 2016 年的月降雨量预测为例,对提出的改进混沌预测模型进行了应用研究。结果表明,与传统的相似点预测模型相比,本文方法预报的相对误差取绝对值后的平均值从 44%降低到 23%,模型预测精度有较明显提高。提出了“量”-“型”耦合的混沌预测概念,并进行了初步应用,但对相似相点个数选择、宽容度确定等相关内容仍需进一步完善。

参考文献(References):

[1] 于红瑞,宋宇,刘昌明,等.混沌理论及在水科学中的应用与存在的问题[J].水科学进展,2004,15(3):400-407. (WANG H R, SONG Y, LIU C M, et al. Application and issues of chaos theory in hydrosience[J]. Advances in Water Science, 2004, 15(3): 400-407. (in Chinese)) DOI: 10. 3321/j. issn: 1001-6791. 2004. 03. 025.

[2] SIVAKUMAR B, BERNNDTSSON R, PERSSON M. Monthly runoff prediction using phase-space reconstruction[J]. Hydrological Sciences Journal. 2001, 46(3), 377-388. DOI: 10. 1080/02626660109492833.

[3] CHAITANYA D, ALI Y. Flood prediction using time series data mining [J]. Journal of Hydrology. 2007, 333, 305-316. DOI: 10. 1016/j. jhydrol. 2006. 09. 001.

[4] GHORBANI, M A, KHATIBI R, MEHR A D, et al. Chaos-based multigene genetic programming: A new hybrid strategy for river flow forecasting[J]. Journal of Hydrology. 2018, 562, 455-467. DOI: 10. 1016/j. jhydrol. 2018. 04. 054.

[5] 丁涛,周惠成,黄健辉.混沌水文时间序列区间预测研究[J].水利学报,2004,35(12):15-20. (DING T, ZHOU H C, HUANG J H. Interval prediction of chaotic hydrological time series[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2004, 35(12): 15-20. (in Chinese)) DOI: 10. 3321/j. issn: 0559-9350. 2004. 12. 003.

[6] 石教智,陈晓宏,林汝颜.东江流域降水时间序列的混沌特征分析[J].中山大学学报(自然科学版),2006,45(4):111-114. (SHI J Z, CHEN X H, LIN R Y. Chaotic characteristics of precipitation time series in the Dongjiang River valley[J]. Acta scientiarum naturalium universitatis sunyatseni, 2006, 45(4): 111-114. (in Chinese)) DOI: 10. 3321/j. issn: 0529-6579. 2006. 04. 026.

[7] 梁婕,曾光明,郭生练,等.洞庭湖区月降雨序列的混沌特性识别及预测研究[J].水电能源科学,2006,24(5):16-19. (LIANG J, ZENG G M, GUO S L, et al. Diagnosis of chaotic behavior and forecast researches for monthly rainfall in Dongting Lake area[J]. Water resources and power, 2006, 24(5): 16-19. (in Chinese)) DOI: 10. 3969/j. issn. 1000-7709. 2006. 05. 005.

[8] 计亚丽,贾克力,韩璞璞.基于LS-SVM和RBF的月降雨混沌时间序列预测[J].水电能源科学,2012,30(9):13-16. (JI Y L, JIA K L, HAN P P. Prediction of monthly rainfall chaotic time series based on LS-SVM

- and RBF model[J]. *Water Resources and Power*, 2012, 30(9): 13-16. (in Chinese) DOI: CNKI; SUN; SDNY. 0. 2012-09-005.
- [9] 乔雨, 闫佰忠, 梁秀娟, 等. 黑龙江省降水混沌识别及空间分布研究[J]. *水文*, 2015(3): 64-68. (QIAO Y, YAN B Z, LIANG X J, et al. Identification and spatial distribution for chaos of precipitation in Heilongjiang Province [J]. *Journal of China Hydrology*, 2015(3): 64-68. (in Chinese) DOI: CNKI; SUN; SWZZ. 0. 2015-03-012.
- [10] 周长让, 陈元芳, 顾圣华, 等. 日径流序列混沌识别中合理长度的确定[J]. *南水北调与水利科技*, 2017(1): 55-59. (ZHOU C R, CHEN Y F, GU S H, et al. Determination of daily time series' reasonable length during chaotic identification[J]. *South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology*, 2017, 15(1): 55-59, 101. (in Chinese) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdkq.2017.01.010.
- [11] 黄国如, 芮孝芳. 流域降雨径流时间序列的混沌识别及其预测研究进展[J]. *水科学进展*, 2004, 15(2): 255-260. (HUANG G R, RUI X F. Study advances in diagnosis of chaotic behavior and its prediction for rainfall and streamflow time series in watershed[J]. *Advances in Water Science*, 2004, 15(2): 255-260. (in Chinese) DOI: 10.3321/j.issn:1001-6791.2004.02.024.
- [12] TAKENS F. Detecting strange attractors in turbulence, in dynamical systems and turbulence, warwick 1980 [J]. Springer Berlin Heidelberg, 1981: 366-381. DOI: 10.1007/BFb0091924.
- [13] 吕金虎, 陆君安, 陈士华. 混沌时间序列分析及其应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2005: 60-61. (LYU J H, LU J A, CHEN S H. Analysis and application of chaotic time series[M]. Wuhan: Wuhan University Press, 2005: 60-61. (in Chinese))
- [14] GRASSBERGER P. Generalized dimensions of strange attractors[J]. *Physics Letters A*, 1983, 97(6): 227-230. DOI: 10.1016/0375-9601(83)90753-3.
- [15] GRASSBERGER P, PROCACCIA I. Dimensions and entropies of strange attractors from a fluctuating dynamic approach[J]. *Physica D Nonlinear Phenomena*, 1984, 13(1-2): 34-54. DOI: 10.1016/0167-2789(84)90269-0.
- [16] 李眉眉, 丁晶, 王文圣. 基于混沌理论的径流降尺度分析[J]. *四川大学学报(工程科学版)*, 2004, 36(3): 14-18. (LI M M, DING J, WANG W S. Downscaling analysis of runoff based on the chaos theory[J]. *Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition)*, 2004, 36(3): 14-18. (in Chinese) DOI: 10.3969/j.issn.1009-3087.2004.03.003.
- [17] ZHANG L, XIA J, SONG X, et al. Similarity model of chaos phase space and its application in mid-and long-term hydrologic prediction[J]. *Kybernetes*, 2009, 38(10): 1835-1842. DOI: 10.1108/03684920910994367.
- [18] 祝诗学, 梁忠民, 戴昌军, 等. 丹江口水库流域月尺度降雨与径流预报研究[J]. *南水北调与水利科技*, 2016, 14(1): 96-101. (ZHU S X, LIANG Z M, DAI C J, et al. Study on monthly rainfall and runoff prediction in Danjiangkou basin[J]. *South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology*, 2016, 14(1): 96-101. (in Chinese) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdkq.2016.01.016.
- [19] 雷沛. 丹江口库区及上游污染源解析和典型支流及库湾水质风险特征研究[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2012. (LEI P. Research for analysis of pollution sources of Dangjiangkou reservoir area and upper reach sand characteristics of water quality risk of the representative input tributaries of Danjiangkou reservoir[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2012. (in Chinese) DOI: 10.7666/d.Y2251888.

A quantitative pattern similarity prediction model based on chaos theory

XIAO Zhangling, LIANG Zhongmin, LI Binqun, WANG Jun, HU Yiming

(College of Hydrology and Water Resources, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract: Hydrologic system is a high complexity and nonlinearity system, which exhibits great temporal and spatial variations. Deterministic and stochastic are the two broad methods that have been applied to modeling hydrological processes. The former approach considered the cyclic and periodic nature of hydrological processes, whereas the latter approach considered the complexity and irregularity. Both the deterministic and stochastic components are present in the hydrological system and intertwine to affect the variation of hydrological processes. Chaos theory can provide a bridge between deterministic and stochastic methods to investigate the inherent stochasticity of deterministic systems. It is recognized that simple deterministic systems are capable of generating a complex random-like phenomenon due to the nonlinear action within the system. Recently, many applications of chaos theory to hydrology have been reported and yielded fruitful outcomes. However, there is enough research on chaotic characteristic identification, while the studies on chaotic prediction need to be further improved and expanded. Long-term hydrological prediction has always been a crucial issue in hydrology with several challenges and impediments. Due to the nonlinear and

(下转第 929 页)

freeze period is similar to that in normal temperature.

In most degree-day models, the convective heat transfer coefficient between ice cover and water body is calculated as a constant. The ice thickness calculation formula with the introduction of the Colburn analogy is improved in the accuracy of the ice thickness calculation results because the convective heat transfer coefficient between water and ice cover is not constant when considering the influence of under ice heat flux on the ice thickness. The calculated results of the model are in good agreement with the measured ice thickness data, which indicates that the model is suitable for the simulation of ice thickness in the Inner Mongolia section of the Yellow River, and can be used for the simulation of ice thickness variation at different points in the reach. The ice thickness calculation results of the improved model under both normal and extreme weather conditions maintain high accuracy, and the research results can provide a theoretical basis for the ice thickness calculation in the study area under extreme weather conditions.

Key words: ice cover thickness; thermodynamics; degree-day method; Colburn analogy; Yellow River

.....
(上接第 899 页)

chaotic characteristics of the hydrologic process, it is difficult to make accurate forecasting, especially for prediction with longer lead time at monthly or yearly scale.

The similarity model of phase space is a classical prediction approach based on chaos theory. The prediction approach was improved by proposing a quantitative type coupled similarity identification technique. The degree of spatial proximity between two phase points is defined as the "quantity" similarity by the Euclidean distance criterion, while the similarity degree of internal structure between two phase points is defined as the "type" similarity by the accumulated unit-step function. Moreover, a two-objective optimization model based on the quantity-type similarity was established for hydrological prediction within the chaos theory framework and then solved by the tolerant algorithm of stratified sequence. An example was illustrated for the future 12-month rainfall predictions.

Both the original model and improved model were applied to the Danjiangkou reservoir basin for monthly rainfall prediction. The monthly rainfall in 2016 was predicted based on the monthly rainfall data set from 1981 to 2015. The chaotic characteristics were identified and the related parameters (time delay and embedded dimension) were determined by the autoregressive function and G-P algorithm. The similar phase points were selected by the euclidean distance (quantity similarity) in the original model by the coupled "quantity" and "type" similarity in the improved model. For the original model, 6 months showed the absolute of the relative errors less than 25%. For the improved model, 8 months yielded the absolute of the relative errors less than 25%. Compared to the original model, the annual average of absolute values of relative error in monthly rainfall prediction was reduced from 44% to 23%. In contrary to the original model, the correlation coefficient R was lifted from 0.74 to 0.93. Overall, the improved model had better performance for predicting monthly rainfall in most months.

In conclusion, the "quantitative"- "type" similarity predictive model based on chaos theory is effective and feasible, providing a new way for monthly rainfall prediction. The coupled "quantity-pattern" similarity model was proposed for long-term prediction, and the concept of the model is applicable to hydrological time series forecasting with different lead time scales.

Key words: chaos theory; phase space reconstruction; quantity-type coupled similarity prediction; accumulated unit-step function; tolerant algorithm of stratified sequence