

基于拟序结构的离心泵内空泡运动规律研究

牛 权

(安徽建筑大学 环境与能源工程学院, 合肥 230601)

摘要: 从近壁区湍流拟序结构出发, 研究离心泵内的空泡运动规律。首先利用空泡的 Morrison 方程得出了近壁区法向运动速度 u_{px} , 然后基于拟序结构推导出了空泡在“扫掠”情况下的流向速度 u_{py} , 最后用两个速度得到了基于近壁拟序结构的离心泵内的空泡对叶轮壁面的冲击角。研究表明离心泵内正是由于近壁区拟序时的“扫掠”作用造成了沙粒对叶轮壁面以小角度的冲击破坏, 这与前人的试验观测结果基本吻合。

关键词: 近壁区湍流; 拟序结构; 离心泵; 空泡; 空蚀; 扫掠

中图分类号: TV 131.32 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-1683(2013)06-0106-04

Research of Bubble Motion in the Centrifugal Pump Based on Coherent Structure

NIU Quan

(School of Environmental and Energy Engineering, Anhui Jianzhu University, Hefei 230601, China)

Abstract: The bubble motion in the centrifugal pump was investigated based on the coherent structure in the near wall region. First, the Morrison equation of bubble was used to determine the normal velocity in the near wall region. Then, the flow velocity of bubble was obtained based on the coherent structure under the "sweep" conditions. Finally, the shock angle of bubble in the centrifugal pump with coherent structure on the impeller wall was obtained based on the above two velocities. The results showed that the "sweep" effects of coherent structure in the near wall region of the centrifugal pump can cause the small angle shock failure from the sand to the impeller wall, which was in coincidence with the previous research results.

Key words: near wall turbulent; coherent structure; centrifugal pump; bubble; cavitation; sweep

在流体机械工程领域中, 通过研究空泡等异质颗粒在壁面拟序结构下的运动规律, 从而指导人们采取措施(如壁面加肋条、边界层入口加扰动、大涡破碎等)来改变近壁区拟序结构的发生频率和强度, 从而达到减轻颗粒对壁面的磨蚀破坏作用, 是一个崭新的研究领域和一项较前沿的研究课题。对这一课题的深入研究, 有助于深刻揭示空蚀、磨损的发生与发展的内在机理、规律, 为在工程应用中实现抗空蚀、磨损提供一项新技术、新工艺。

1 空蚀的破坏机理

空蚀或称汽蚀, 是流体机械中普遍存在的现象, 空蚀仅在特定的条件下发生, 受到空蚀作用的材料其宏观表现形态为过流表面出现针状小孔、小麻点, 呈蜂窝、海绵状。空蚀破坏的机理十分复杂, 至今仍然有许多不同的观点与理论。目前主要的空化剥蚀机理主要有下述两种: 空泡溃灭压力冲击论和微射流论^[1]。空蚀从形成过程上说主要有以下几个阶段, 首先是水流中或边壁表面裂缝中存在气核, 当局部压力

降低时, 气核迅速增长成为空泡。空泡被带到高压区后, 由于高压作用使空泡破裂, 形成高速微射流冲击壁面或是空泡受水流作用被带到壁面直接撞击壁面, 形成水锤作用。这使固体表面受到剥蚀。因此, 形成空蚀大体需要 4 个水流条件^[2]: (1) 水中含气核; (2) 要有低压区; (3) 气核增长形成的空泡要带到高压区; (4) 空泡溃灭要在边壁附近。以上后 3 个条件与水流内部结构有关, 第 4 个条件直接与湍流的近壁区拟序结构有关。

2 近壁湍流的拟序结构

20 世纪 60 年代 Kline^[3]等人通过实验发现, 湍流边界层的附壁面不完全是黏性底层, 其中存在有一定拟周期性的拟序现象: 实验中将氢气泡发生线平行于壁面且垂直于来流, 发现附壁面处的氢气泡线在 $y^+ = yu\tau/v \approx 2.7$ 出现展向不规则的扰动, 然后聚集成细长的条带; 条带缓慢的向下游移动, 逐渐向外发展, 当到达过渡层末区 $y^+ \approx 38$ 处时, 条带发生激烈的振动、扭曲; 最后到达 $y^+ \approx 101$ 时, 振荡将条带完全

收稿日期: 2013-01-11 修回日期: 2013-09-23 网络出版时间: 2013-10-10

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20131010.1027.009.html>

作者简介: 牛 权(1972), 男, 安徽舒城人, 讲师, 硕士, 主要从事流体机械的空蚀、磨损及泵站自动化等方面研究。E-mail: 745298421@qq.com

打碎并产生极大的脉动。伴随这一过程,部分底层流体向外“喷射”将强烈的湍流脉动输送到外层,将外层一部分流体卷向底层,“扫掠”壁面。这种“扫掠”过程,对研究空泡与壁面的冲击、溃灭具有十分重要的意义。“扫掠”过程的速度沿壁面分为沿流向的速度 u_{px} , 以及沿法向的 u_{py} 。沿法向的速度 u_{py} 可以用空泡在流场中的 Morrison 方程^[4] 运动微分方程导出。沿流向的速度 u_{px} 可以用拟序结构的有关规律导出。有关实验观测发现^[5,7], 拟序过程中“扫掠”流团是以与壁面成 $5^\circ \sim 15^\circ$ 的微小角度扫荡壁面的, 见图 1。

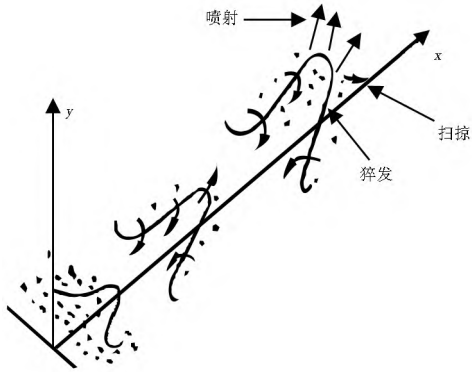


图 1 湍流拟序现象示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the turbulent coherent phenomenon

3 空泡近壁区运动速度

空泡在无界流场中的 Morrison 方程运动微分方程为:

$$m_b \frac{du_{bi}}{dt} = 4\pi r_b (u_i - u_{bi}) + m_l \left(\frac{Du_i}{Dt} - \nu \frac{\Delta u_i}{\Delta} \right) + \frac{m_l}{2} \left(\frac{du_i}{dt} - \frac{du_{bi}}{dt} \right) + 4r_b^2 \sqrt{\rho_l \pi \mu} \int_0^t \frac{du_i}{\sqrt{t-\tau}} - \frac{du_{bi}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau \quad (1)$$

式中: $4\pi r_b (u_i - u_{bi})$ 为空泡在流体中受到的黏性阻力; $m_l \left(\frac{Du_i}{Dt} - \nu \frac{\Delta u_i}{\Delta} \right)$ 为流体加速引起的作用于空泡的压力梯度力, 其中的 ν 表示流体的黏性作用对压力梯度的影响; $\frac{m_l}{2} \left(\frac{du_i}{dt} - \frac{du_{bi}}{dt} \right)$ 为空泡加速运动的附加质量力; $4r_b^2 \sqrt{\rho_l \pi \mu} \cdot \int_0^t \frac{du_i}{\sqrt{t-\tau}} - \frac{du_{bi}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau$ 为计算流体运动偏离定常状态时的附加力;

$\frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, 表示运动微团对时间的微分; $\frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$, 表示游移空泡对时间的微分。可近似认为 $\frac{Du_i}{Dt} \approx \frac{du_i}{dt}$; Faxen, Brenner 等人给出了在 X 与 Y 方向上黏性阻力的如下修正公式:

$$F_i = C_i F_{id} \quad (2)$$

无界流场中 $C_i \approx 1.0$ 。空泡紧贴壁面时的情形, $C_x \approx 3.18$, $C_y \approx 2.44$ 。

Saffman 力的表达式:

$$F_s = k d^2 \mu \cdot \dot{u}' \left(\frac{1}{\nu} \frac{du}{dy} \right)^{0.5} \quad (3)$$

通过进一步分析研究, 给出了近壁区沿 Y 方向的 Saffman 力近似关系:

$$F_s = \frac{k d^2 \mu}{\eta} (u_x - u_b) \quad (4)$$

式中: η 为 Kolmogorov 长度尺度; k 为 Saffman 力无量纲修正常数, 约为 1.615。

因此, 方程式变为:

$$m_b \frac{du_{by}}{dt} = m_l \frac{du_{ly}}{dt} + 4\pi r_b c_2 (u_y - u_{by}) + \frac{m_l}{2} \left(\frac{du_{ly}}{dt} - \frac{du_{by}}{dt} \right) + 4r_b^2 \sqrt{\rho_l \pi \mu} \int_0^t \frac{du_{ly}}{\sqrt{t-\tau}} - \frac{du_{by}}{\sqrt{t-\tau}} d\tau + \frac{k d^2 \mu}{\eta} (u_y - u_{by}) \quad (5)$$

其中:

$$\alpha = \frac{36\mu}{d_b^2 (2\rho_l + \rho_l)} \quad \beta = \frac{3\rho_l}{2\rho_l + \rho_l} = 3$$

$$\zeta = \frac{12\rho_l}{2\rho_l + \rho_l} \sqrt{\frac{\mu\rho_l}{\eta d_b^2}}$$

$$\text{考虑到 } \rho_l > \rho \text{, } \alpha_b = 36 \frac{\nu}{d_b^2} \quad \zeta = 12 \sqrt{\frac{\mu\rho_l}{\eta d_b^2}}$$

利用 Laplace 变换, 对式进行求解, 上述方程经过简化可以得到:

$$u_{by}(t) = \beta u_{ly}(t) + (1 - \beta)(\alpha + \gamma) \int_0^t u_{ly}(\tau) \exp[-(\alpha + \gamma)(t - \tau)] d\tau \quad (6)$$

湍流附壁面流场划可分为黏性层、过渡层、尾流律层 3 个区^[8]。其中前两个区构成了湍流边界层的内区, 尾流律层构成了外区。其中内区法向速度 $V_0 \ll$ 流向速度, 可近似认为内区的法向速度 V_0 为常数。

黏性层很薄, 一般为 0.1 mm 量级, 而本文只考察直径约为 0.1 mm 量级的空泡, 空泡的直径多数大于或等于这个量级, 因而黏性底层对空泡的运动影响可以忽略。由此将过渡区速度公式^[9],

$$u^+ = 2.51 \ln y^+ + 5.0 \quad (7)$$

带入得到:

$$u_{by}(t) = V_0 [\beta + (1 - \beta)(1 - \exp(-(\alpha + \gamma)t))] \quad (8)$$

取空泡直径: $d_b = 0.1 \text{ mm}$, 已知 $\nu = 10^{-6}$, $\alpha \approx 36 \frac{\nu}{d_b^2} = 3600 > \gamma$, 得到:

$$u_{by}(t) \approx V_0 [3 - 2(1 - e^{-3600t})] \quad (9)$$

4 基于拟序结构的空泡流向速度

当基于拟序结构来考察空泡的近壁区运动规律时, 需要重新考虑 Morrison 方程的可适性。即考虑空泡与其周围流体相对运动时的跟随性问题。在湍流场中跟随性的问题是指这些空泡能否跟随其周围的流体运动。刘士和等^[10]指出对湍流场中的异质粒子如空泡等输送起主要作用的是低频大尺度涡体, 如果异质粒子与流体密度相差不大, 则尺度足够小的粒子对低频大尺度运动还是有较好的跟随性的。而拟序结构正好是由于是低频, 尺度较大的涡旋运动, 其结构尺度一般远大于流场中的空泡与固体颗粒的尺度, 即满足 $l_c \gg D$ 的条件。故不难得出如下结论: 在拟序结构下, 空泡与拟序的流体团具有良好的跟随性。

由 Kolmogorov 的局部各向同性湍流的理论^[10] 对于小尺度的涡旋运动, 涡旋运动速度:

$$u_v = (v \varepsilon)^{1/4} \tag{10}$$

湍流边界层处单位质量的能量耗损率可表达如下:^[2]

$$\varepsilon = a_1 v \left(\frac{u_0}{\lambda} \right)^2 = 15v \left(\frac{u_0}{\lambda} \right)^2 \tag{11}$$

故得:

$$u_v = (v \varepsilon)^{1/4} = 15^{1/4} (u_0 u \tau)^{1/2} \tag{12}$$

因为扫掠流团与周围流场之间的相对运动速度应该是各向异性的,所以不同方向上存在差异。另外也和阻力系数 C_D 相关,即阻力系数 C_D 越大,则扫掠流团的速度就越小,扫掠流团与外区流体之间的相对运动速度就越大。

扫掠流团与外区流体之间的相对运动速度可定义:

$$u_c = (u_0 - u_{bx}) = a_2 u_v C_D \tag{13}$$

式中: a_2 是无量纲修正系数;阻力系数 $C_D = 0.44$

由此可得 X 方向扫掠流团的速度公式:

$$u_{bx} = u_0 - a_2 u_v C_D \tag{14}$$

$$\text{由此可得: } u_{bx} = u_0 [1 - a_3 \left(\frac{u \tau}{u_0} \right)^{1/2}] \tag{15}$$

式中: $a_3 = 0.44 a_1^{1/4} a_2$ 。

对 a_3 的求解则利用了两个公式,一个是 Willmarth 由实验结果拟合出的另一拟序周期^[2]:

$$T_b = 0.65 R e_m^{0.76}$$

另一个刘宇陆从理论上推导出了拟序周期^[11]:

$$T_b = a_5 R e_m^{0.75}$$

式中: $a_5 = (6k a_1^{1/4} a_2 a_4)^{-1/2}$, 可以认为: $(6k a_1^{1/4} a_2 a_4)^{-1/2} \approx 0.65$ 。

其中, k 是 Saffman 无量纲修正系数,约为 1.615。 a_4 是用流带宽度(它是近壁区条带结构的状态特征)来度量上升条带尺度时的无量纲比例常数,因为喷射过程的初期,在边界层内区时,上升条带的尺度即是流带宽度,所以可认为, $a_4 = 1$; 利用两个公式对比计算出: $a_3 = 0.44 a_1^{1/4} a_2 = 0.108$ 。

当扫掠流团以一定角度冲击壁面时,实验表明壁面的雷诺切应力^[12] $\tau_w \approx 60\tau_i$, 所以扫掠流团在 X 方向上的最终速度表达式:

$$u_{bx} = u_0 [1 - 0.28 \left(\frac{60}{Re_\delta} \right)^{0.25}] \tag{16}$$

5 离心泵内空泡对叶片壁面的冲击

5.1 基于非拟序结构出口处空泡对叶片壁面的理论冲击

根据离心泵基本方程式的无限多叶片假定^[13],理想情况下液流在叶槽内是顺着叶片型线流动的,为均匀流。所以绘制出口流速三角形见图 2。

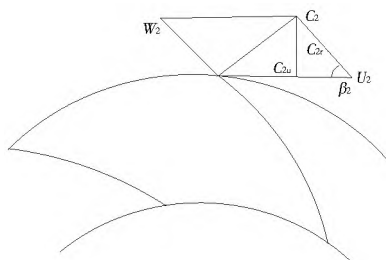


图 2 离心泵叶片出口流速三角形

Fig. 2 Velocity triangle of blade outlet of centrifugal pump

查《给排水设计手册》^[14],清水离心泵 IS 125-100-200 的转速 2 900 r/min,流量 $Q = 200 \text{ m}^3/\text{h}$,扬程 50 m。 β_2 是叶片出口安放角。这里取 $\beta_2 = 25^\circ$ 。

液体质点出口时的绝对流速为:

$$C_{2r} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{200/3600}{3.14 \times 0.1 \times 0.04} = 4.42 \text{ m/s} \tag{17}$$

$$\text{相对速度: } w_2 = \frac{C_{2r}}{\sin 25^\circ} = 10.46 \text{ m/s}$$

由于出口处液流速度方向也是与叶片的型线方向相切,所以出口处基于非拟序结构的理论冲击角 $\theta_2 = 0^\circ$

5.2 基于拟序结构的出口处空泡对叶片壁面的冲击

如图 1 建立的坐标系,沿叶片的 X 方向的流速:由前述知沿叶片 X 流向的拟序流动:

$$u_0 = w_2 = 10.46 \text{ m/s} \quad V_0 = \frac{u_0}{5} = 2.1 \text{ m/s}$$

$$u_{bx} = 10.46 [1 - 0.28 \left(\frac{60}{Re_\delta} \right)^{0.25}] \tag{18}$$

边界层厚度:

$$\delta = 0.37 \frac{x}{Re_x^{0.2}} = 0.37 \frac{0.1}{(1.046 \times 10^6)^{0.2}} = 23.34 \text{ mm} \tag{19}$$

边界层厚度雷诺数:

$$Re_\delta = \frac{W \delta}{\nu} = \frac{10.46 \times 0.02334}{10^{-6}} = 244136 \tag{20}$$

$$T_b = \frac{b \delta}{u_0} = \frac{5 \times 0.02334}{10.46} = 1.115 \times 10^{-2} \text{ s}, \text{ 近似认为扫掠流}$$

团从边界层外卷向边界层内区近壁层历时 $t = T_b = 1.115 \times 10^{-2} \text{ s}$,故沿叶片法向的拟序流速:

$$u_{by}(t) \approx V_0 [3 - 2(1 - e^{-3600t})] = 2.1 [3 - 2(1 - e^{-3600t})] \tag{21}$$

冲击角的定义式:

$$\tan \theta_2 = \frac{u_{by}}{u_{bx}} \tag{22}$$

$$\theta_2 = \tan^{-1} \left[\frac{2.1}{10.46} \times \frac{3 - 2(1 - e^{-3600T_b})}{1 - 0.28 \left(\frac{60}{Re_\delta} \right)^{0.25}} \right] \approx 12.7^\circ \tag{23}$$

所以当取离心泵 IS 125-100-200:转速 2 900 r/min,流量 $Q = 200 \text{ m}^3/\text{h}$ 时,基于拟序结构的叶片出口处实际冲击角为 12.7° 。

以上分析说明拟序过程中扫掠流团是以与边壁成一定角度扫荡叶片壁面的。原来的理论分析基于无限多叶片假定认为在理想、稳定工况下冲击角度为 0° 。而用基于近壁湍流的拟序结构来分析,得出拟序“扫掠”时对叶轮壁面的冲击角度是以小角度的微切削为主,这与前人的实验结果,“扫掠”流团是以与壁面成 $5^\circ \sim 15^\circ$ 的微小角度扫荡壁面基本吻合。

6 结论

本文针对小粒径的空泡,利用拟序结构的观点来分析离心泵内空泡的运动规律。研究表明,在湍动状态的水流中,空泡对离心泵叶片壁面的冲击在泵出口处始终以较小角度的微切削破坏为主,角度在大约 $11^\circ \sim 12^\circ$ 范围内变动,这与 Corino 等前人的观测结果基本吻合。

参考文献(References):

- [1] 孙寿. 水泵汽蚀及其防护[M]. 北京: 水利水电出版社, 1987. (SUN Shou. Cavitation And Protection of Pump[M]. Beijing: Water Conservancy And Hydropower Press, 1987. (in Chinese))
- [2] 梁在朝. 工程湍流[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 1999. (LIANG Zai chao. Engineering Turbulence[M]. Wuhan: Huazhong University of Science And Technology Press, 1999. (in Chinese))
- [3] Kline S J, et al. The Structure of Turbulent Boundary Layers [J]. J. Fluid Mech, 1967, 30: 74-773.
- [4] 何国庚, 梁柱. 平壁对空泡运动的影响[J]. 水动力学研究与进展: A 辑, 1998, 13(4): 447-453. (HE Guogeng, LIANG Zhu. Effects of Flat Wall on Bubble Motion[J]. Journal of Hydrodynamics, 1998, 13(4): 447-453. (in Chinese))
- [5] 是勋刚. 湍流[M]. 天津: 天津大学出版社, 1994. (SHI Xugang. Turbulence[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1994. (in Chinese))
- [6] 邓军, 杨永全, 沈焕荣, 等. 水流含沙量对磨蚀的影响[J]. 泥沙研究, 2000, (4): 65-68. (DENG Jun, YANG Yongquan, SHEN Huanrong, et al. Influence to Abrasion of Sediment Concentration[J]. Journal of Sediment Research, 2000, (4): 65-68. (in Chinese))
- [7] 林建忠. 湍流的拟序结构[M]. 北京: 机械工业出版社, 1993. (LIN Jiang zhong. Coherent Structure of Turbulence[M]. Beijing: Machinery Industry Press, 1993. (in Chinese))
- [8] 林建忠. 湍流动力学[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 2000. (LIN Jiang zhong. Turbulence Dynamics[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 2000. (in Chinese))
- [9] 吴持恭. 水力学(第三版)[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003. (WU Chigong. Hydraulics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2003. (in Chinese))
- [10] 刘士和, 刘江, 罗秋实, 等. 工程湍流[M]. 北京: 科学出版社, 2011. (LIU Shi he, LIU Jiang, LUO Qiu shi, et al. Engineering Turbulence[M]. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese))
- [11] 刘宇陆. 湍流相干结构的机理研究(Ⅰ)[J]. 应用数学和力学, 1996, (3): 189-195. (LIU Yu lu. On the Mechanism of Turbulent Coherent Structure(Ⅰ)[J]. Applied Mathematics And Mechanics, 1996, (3): 189-195. (in Chinese))
- [12] 周光炯. 流体力学(第二版)[M]. 北京: 北京大学出版社, 2000. (ZHOU Guang jiong. Fluid Mechanics[M]. Beijing: Beijing Press, 2000. (in Chinese))
- [13] 冯汉民. 水泵学[M]. 北京: 水利水电出版社, 1981. (FENG Hanmin. Pump[M]. Beijing: Water Conservancy and Hydropower Press, 1981. (in Chinese))
- [14] 中国市政工程西南设计研究院. 给水排水设计手册(第二版)[K]. 北京: 中国建筑出版 2000. (Southwest China Municipal Engineering Design and Research Institute. Water Supply And Drainage Design Manual[K]. Beijing: Chinese Architectural, 2000. (in Chinese))
- [15] Jianzhong Lin, Liping Shen, Zexuan Zhou. The Effect of Coherent Vortex Structure In the Particulate Two-phase Boundary Layer On Erosion[J]. Wear, 2000, (6): 10-16. (in Chinese)

(上接第 92 页)

(3) 日照温差作用下混凝土箱形渡槽槽身内表面将产生可观的温度拉应力, 其值已超过混凝土的抗拉设计强度。所以, 建议在箱形渡槽槽身结构设计中应配置适当的温度钢筋, 以预防日照温差产生的温度应力的破坏作用。

参考文献(References):

- [1] 赵顺波, 胡志远, 李晓克. 大型多纵梁式钢筋混凝土渡槽结构受力试验研究[J]. 水力发电学报, 1999, 18(3): 42-51. (ZHAO Shunbo, HU Zhiyuan, LI Xiaoke. The Experiment Research of Reinforced Concrete Aqueduct with Multiple Longitudinal Beam[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 1999, 18(3): 42-51. (in Chinese))
- [2] 季日臣, 陈尧隆. 大型多纵梁矩形渡槽结构静力计算方法研究[J]. 水力发电学报, 2005, 24(4): 80-84. (JI Riqi, CHEN Yaolong. The Study on Static Structure Calculation Methods of Large Rectangle Aqueduct with Longitudinal Beams[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2005, 24(4): 80-84. (in Chinese))
- [3] 季日臣, 夏修身, 陈尧隆. 骤然降温作用下混凝土箱形渡槽横向温度应力分析[J]. 水利水电技术, 2007, 38(1): 50-52. (JI Riqi, XIA Xiu shen, CHEN Yaolong. The Analysis of Transverse Thermal Stress of Concrete Box Aqueduct under Falling Temperature[J]. Water Resources and Hydropower Engineering, 2007, 38(1): 50-52. (in Chinese))
- [4] 王长德, 冯晓波. 水工渡槽的温度应力问题[J]. 武汉水利电力大学学报, 1998, 31(5): 7-11. (WANG Chang de, FENG Xiaobo. Thermal Stress Question of Hydraulic Aqueduct[J]. Journal of Wuhan University, 1998, 31(5): 7-11. (in Chinese))
- [5] 竺慧珠, 陈德亮, 管枫年. 渡槽[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2005: 42-46. (ZHU Huizhu, CHEN De liang, GUAN Fengnian. Aqueducts[M]. Beijing: Water Resource and Hydroelectric Engineering Publish, 2005: 42-46. (in Chinese))
- [6] 张云海, 李乔. 桥梁结构日照温差二次力及温度应力计算方法的研究[J]. 中国公路学报, 2004, 17(1): 49-52. (ZHANG Yuehai, LI Qiao. The Calculation Methods Research of Bridge Thermal Force and Stress under Solar Radiation[J]. Journal of China Highway, 2004, 17(1): 49-52. (in Chinese))
- [7] 项海帆. 高等桥梁结构理论[M]. 北京: 人民交通出版社, 2001: 83-88. (XIANG Haifan. High Bridge Structure Theory[M]. Beijing: People Traffic Publish, 2001: 83-88. (in Chinese))
- [8] 刘兴法. 混凝土结构的温度应力分析[M]. 北京: 人民交通出版社, 1991: 94-100. (LIU Xingfa. Thermal Stress Analysis of Concrete Structure[M]. Beijing: People Traffic Publish, 1991: 94-100. (in Chinese))
- [9] TB 10002. 3-2005, 铁路桥涵设计规范[S]. (TB 10002. 3-2005, Code for Design on Railway Bridge and Culvert[S]. (in Chinese))
- [10] JTG D60 2004, 公路桥涵设计通用规范[S]. (JTG D60 2004, Code for Design on Highway Bridge and Culvert[S]. (in Chinese))