

基于自适应 MGM(1, n)-马尔科夫链模型的大坝变形预测

张守平¹, 樊科伟²

(1. 重庆水利电力职业技术学院, 重庆 402160; 2. 河海大学 大禹学院, 南京 210098)

摘要: 大坝的变形受到多种因素的影响, 对于一些没有长期、连续、可靠监测数据的工程, 采用传统的多变量灰色模型 MGM(1, n) 进行大坝变形预测时, 往往随着预测时间的推移, 预测精度降低。采用自适应 MGM(1, n) 模型, 根据有限的监测资料, 综合考虑各个变量之间的相互影响, 通过置入最新信息取代最老的信息, 来反映坝体变形过程中的随机因素或扰动对系统的影响。以此为基础, 利用马尔科夫链确定位移时序的状态转移概率矩阵, 通过对实测值、拟合值以及所处状态的分析, 对大坝变形进行更高精度的预测。实例表明, 和传统多变量灰色模型 MGM(1, n) 以及自适应 MGM(1, n) 模型相比, 自适应 MGM(1, n)-马尔科夫链模型(MGM-MC 模型) 具有更高的精度。

关键词: 大坝; 变形; 预测; 灰色模型; 马尔科夫链; 自适应 MGM-MC 模型; 自适应 MGM(1, n) 模型

中图分类号: TV 698.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-1683(2014)01-0145-04

Prediction of Dam Deformation Based on Self-adaptive MGM- Markov Model

ZHANG Shou ping¹, FAN Ke wei²

(1. Chongqing Water Resources and Electric Engineering College, Chongqing 402160, China;

2. Dayu College, Hohai University, Nanjing 210098, China)

Abstract Dam deformation is influenced by a lot of factors. For those projects without long term, continuous, and reliable monitoring data, the prediction precision of dam deformation based on the traditional MGM(1, n) model decreases with time. In this paper, the self adaptive MGM(1, n) model was applied. The proposed model characterizes the interaction between each variable, and replaces the oldest information with new information, which can reflect the effects of random factors or perturbation on dam deformation. On the basis, the state transition probability matrix of the time series was determined by Markov chain, and the monitoring data and forecast data were analyzed to predict the dam deformation with a higher precision. Compared with the traditional MGM(1, n) model and self adaptive MGM(1, n) model, the MGM-MC model has higher precision.

Key words: dam; deformation; prediction; Grey model; Markov chain; self adaptive MGM-MC model; self adaptive MGM(1, n) model

作为判断水利工程安全与否的关键效应量, 对大坝变形的实时监测和有效预测至关重要。目前用于大坝变形预测的方法主要有回归分析法^[1]、人工神经网络^[2]以及支持向量机^[3]等方法。然而, 上述几种方法过度依赖于长期且连续的监测数据, 对于那些缺乏较长序列监测资料的工程, 其预测精度就不能保证^[4,5]。大坝变形是一个复杂的系统过程, 受到水压、时效以及温度等多种因素的影响, 各个测点之间的变形也会彼此制约、相互影响^[6]。传统的多变量灰色模型 MGM(1, n) 方法虽然已考虑上述影响并在一定程度上克服了传统方法的缺点, 但预测过程中随机扰动带来的误差依然

不可避免, 难以取得令人满意的预测结果。考虑到马尔科夫链(Markov chain, MC) 不受过去状态影响而被广泛应用于受到多因素制约的时间序列预测当中^[7,8], 因此, 本文尝试采用自适应 MGM(1, n)-马尔科夫链模型(MGM-MC 模型) 来对大坝的变形进行拟合预测, 该方法既综合考虑了各个变量之间的相互影响, 又能应用于“小样本”、“贫信息”的工程中, 已有较好拟合效果的研究先例^[9-11]。

1 自适应 MGM(1, n) 模型建模原理

MGM(1, n) 模型是 n 元一阶常微分方程组, 是单变量

GM(1, 1) 模型在 n 元变量情况下的自然推广^[13], 克服了传统单变量灰色模型不能全面考虑多个变量相互影响的缺点。其建模过程为^[13]:

假设有 n 个变量, $x_i^{(0)}(k)$ 为 n 个灰时间序列, $x_i^{(1)}(k)$ 是其相应的一次累加生成数列, 即:

$$x_i^{(1)}(k) = \sum_{j=1}^k x_i^{(0)}(j) \quad (i=1, 2, \dots, n, k=1, 2, \dots, m) \quad (1)$$

则 MGM(1, n) 的一阶常微分方程组记为,

$$\frac{dx_1^{(1)}}{dt} = a_{11}x_1^{(1)} + a_{12}x_2^{(1)} + \dots + a_{1n}x_n^{(1)} + b_1 \quad (2)$$

$$\frac{dx_2^{(1)}}{dt} = a_{21}x_1^{(1)} + a_{22}x_2^{(1)} + \dots + a_{2n}x_n^{(1)} + b_2 \quad (3)$$

$$\frac{dx_n^{(1)}}{dt} = a_{n1}x_1^{(1)} + a_{n2}x_2^{(1)} + \dots + a_{nn}x_n^{(1)} + b_n \quad (4)$$

其矩阵形式可表示为:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} = A X^{(1)} + B \quad (5)$$

其中:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}, B = (b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n)^T \quad (6)$$

将式(6)离散化以求得辨识参数, 得:

$$x_i^{(0)}(k) = \sum_{j=1}^k \frac{a_j}{2} [x_j^{(1)}(k) + x_j^{(1)}(k-1)] + b_i \quad (i=1, 2, \dots, n \quad k=2, 3, \dots, m) \quad (7)$$

记 $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}, b_i)^T$, 可由最小二乘法估计参数向量:

$$\hat{a}_i = (\hat{a}_{i1}, \hat{a}_{i2}, \dots, \hat{a}_{in}, \hat{b}_i) = (L^T L)^{-1} L^T Y_i \quad (8)$$

其中:

$$L_i = (L_{i1}, L_{i2}, \dots, L_{ij}, \dots, L_{in}, 1) \quad (9)$$

$$L_{ij} = \begin{bmatrix} (x_j^{(1)}(2) + (x_j^{(1)}(1))/2) \\ (x_j^{(1)}(3) + (x_j^{(1)}(2))/2) \\ \dots \\ (x_j^{(1)}(m) + (x_j^{(1)}(m-1))/2) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$Y_i = (x_i^{(0)}(2), x_i^{(0)}(3), \dots, x_i^{(0)}(m))^T \quad (11)$$

则 MGM(1, n) 模型计算值为:

$$X^{(1)}(k) = e^{A(k-1)} X^{(1)}(1) + A^{-1}(e^{A(k-1)} - I) B \quad (12)$$

$$X^{(0)}(1) = X^{(0)}_{(1)} \quad (13)$$

$$X^{(0)}(k) = X^{(1)}(k) - X^{(1)}(k-1) \quad (14)$$

多变量灰色模型 MGM(1, n) 在短期预测中精度较高, 但随着预测序列的增长, 一些随机扰动将不断地进入大坝变形系统, 因此, 早期数据对未来变形的影响逐渐减小。为了反映未来随机因素或扰动对大坝变形的影响, 自适应 MGM(1, n) 模型利用由已知数列建立的模型预测值来预测下一个数据, 同时将最早期的一个数据去除, 从而保持数列的等维。以此类推, 逐个进行预测, 直到完成预测目标。

自适应 MGM(1, n) 模型的建模过程可描述为: 在原始时间序列 $X^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n))$ 中, 将最老的信息去掉, 置入最新的信息 $x^{(0)}(n+1)$, 从而得到新的时间序列 $X^{(0)} = (x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n+1))$ 。以此类推, 逐步建立灰色自适应 MGM(1, n) 模型, 完成对大坝变形的预测。

2 马尔科夫链原理

马尔科夫链是一种具有无后效性的时间序列, 即该序列与过去的取值无关。它主要依据系统状态以及各个状态之间的转移概率来进行预测, 是动态随机数学模型^[14-15]。

首先, 根据相对误差的大小以及分布密度将预测序列的相对误差划分为 n 个状态, 并记为 $S = [S_1, S_2, \dots, S_n]$, 则由 S_i 转移到 S_j 率为:

$$P_{ij} = \frac{M_{ij}(m)}{M_i} \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

式中: M_i 为相对误差在状态 S_i 的个数。因最后时序发展状态难以确定, 所以最后的 m 个状态应予以去除。

然后, 建立位移时序状态转移矩阵:

$$P(m) = \begin{bmatrix} P_{11}^{(m)} & P_{12}^{(m)} & \dots & P_{1n}^{(m)} \\ P_{21}^{(m)} & P_{22}^{(m)} & \dots & P_{2n}^{(m)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{n1}^{(m)} & P_{n2}^{(m)} & \dots & P_{nn}^{(m)} \end{bmatrix} \quad (16)$$

可由式(16)来修正自适应 MGM(1, n) 模型所得到的预测位移以提高精度。具体方法如下: 选取离预测时步最近的 N 个实测值, 一般取 $N = n$, 对状态转移矩阵中得到的第 i 个实测值进行 m 时步转移, 可得预测时步状态的概率, 并对其进行求和, 最大值所处的误差状态即可认定为预测时步相对误差所处状态。

预测时步误差状态的确定, 意味着自适应 MGM(1, n) 模型预测相对误差值的变化范围也得到确定。通常将该区间的中点定为预测值最可能的相对误差, 则最可能的大坝位移预测值为:

$$F(x) = (1 + \bar{\Delta})f(x) = [1 + \frac{\Delta U + \Delta D}{2}] \times f(x) \quad (17)$$

式中: ΔU 和 ΔD 分别为大坝位移预测值相对误差所处状态的上下限, $\bar{\Delta}$ 为状态区间的平均相对误差。

3 应用实例

以某混凝土拱坝的观测资料为例来验证上述模型与方法的有效性。该坝的变形受到水位、温度和时效等多因素的影响, 观测数据较少且连贯性较差, 仅能利用位于 15 号、19 号、22 号三个相邻坝段坝顶高程的不同测点后期等时距坝体径向位移监测资料来进行建模预测, 具体观测值见表 1。

表 1 某拱坝观测资料

Table 1 The observed data of an arch dam

分组号	观测值/mm			分组号	观测值/mm		
	A15	A19	A22		A15	A19	A22
1	32.43	36.97	54.98	9	31.86	36.28	54.28
2	32.26	36.77	54.80	10	31.89	36.27	54.25
3	32.18	36.71	54.70	11	31.80	36.26	54.19
4	32.06	36.57	54.59	12	31.82	36.23	54.16
5	32.06	36.52	54.51	13	31.77	36.15	54.08
6	31.99	36.43	54.44	14	31.74	36.07	54.03
7	31.93	36.35	54.37	15	31.70	36.00	53.94
8	31.82	36.24	54.28				

利用表 1 中的数据分别采用传统的 MGM(1, 3) 模型和自适应 MGM(1, 3) 模型对三个相邻测点的前 10 组变形进行拟合, 并对后 5 组数据进行预测, 分别计算相对误差以及平均误差来作为模型精度好坏的判断标准。其中自适应 MGM(1, n) 模型在得到一个预测结果时, 就将该结果视为最

新的观测值并应用到预测序列中, 同时将最老的观测值去除。在得到坝体位移的预测值后, 可计算出各测点实测值和预测值之间的相对误差, 并对划分状态进行分类。最后利用马尔科夫链计算第 m 步状态转移矩阵。表 2 列出了 10 时步各个样本的拟合值、误差以及所处状态。

表 2 大坝位移拟合值

Table 2 The fitted value of dam deformation

分组号	A15			A19			A22		
	拟合值 /mm	误差 /mm	所处状态	拟合值 /mm	误差 /mm	所处状态	拟合值 /mm	误差 /mm	所处状态
1	32.43	0.00	S_2	36.97	0.00	S_2	54.98	0.00	S_2
2	32.26	0.00	S_2	36.79	-0.02	S_2	54.80	0.00	S_2
3	32.17	0.01	S_2	36.68	0.03	S_2	54.69	0.01	S_2
4	32.09	-0.03	S_2	36.58	-0.01	S_2	54.59	0.00	S_2
5	32.02	0.04	S_2	36.50	0.02	S_2	54.51	0.00	S_2
6	31.97	0.02	S_2	36.43	0.00	S_2	54.43	0.01	S_2
7	31.92	0.01	S_2	36.36	-0.01	S_2	54.37	0.00	S_2
8	31.88	-0.06	S_2	36.31	-0.07	S_2	54.31	-0.03	S_2
9	31.84	0.02	S_2	36.26	0.02	S_2	54.25	0.03	S_2
10	31.80	0.09	S_2	36.22	0.05	S_2	54.20	0.05	S_2

根据式(15)可分别计算出三个测点的状态转移矩阵(依次为测点 A15, A19 和 A22):

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.28 & 0.72 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.33 & 0.67 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.75 \\ 0.60 & 0.40 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.75 \\ 0.50 & 0.50 \end{bmatrix}$$

$$P_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.14 & 0.86 \end{bmatrix} \quad P_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.17 & 0.83 \end{bmatrix}$$

以 A15 第 11 时步为例, 选取离其最近的 2 个时步为样本来进行预测第 11 时步相对误差所处状态最有可能为 S_2 ,

则根据式(17)计算出 A15 测点第 11 时步自适应 MGM-MC 模型的大坝位移预测值为:

$$F(x) = (1 + \bar{\Delta})f(x) = [1 + \frac{(0 + 0.09)}{2} \times 0.01] \times 31.78 = 31.79$$

以此类推, 对三个测点 12 至 15 时步分别进行预测, 结果见表 3- 表 5, 图 1- 图 3。

由表 3、表 4 和表 5 可得测点 A15、A19、A22 各模型预测结果的平均误差分别为: 多变量灰色模型 MGM(1, 3) 0.1%、0.15%、0.07%; 自适应 MGM(1, 3) 0.08%、0.15%、0.05%; 自适应 MGM-MC 0.05%、0.13%、0.05%。

表 3 观测点 A15 各模型预测结果

Table 3 The predicted results at the observation position A15 from different models

时间序号	实测值 /mm	MGM(1, 3)		自适应 MGM(1, 3)		自适应 MGM-MC	
		预测值 /mm	相对误差 (%)	预测值 /mm	相对误差 (%)	预测值 /mm	相对误差 (%)
11	31.80	31.78	0.07	31.78	0.07	31.79	0.02
12	31.82	31.75	0.21	31.77	0.16	31.78	0.13
13	31.77	31.74	0.11	31.74	0.10	31.75	0.06
14	31.74	31.73	0.04	31.72	0.06	31.73	0.03
15	31.70	31.73	0.09	31.70	0.01	31.71	0.03

表 4 观测点 A19 各模型预测结果

Table 4 The predicted results at the observation position A19 from different models

时间序号	实测值 /mm	MGM(1, 3)		自适应 MGM(1, 3)		自适应 MGM-MC	
		预测值 /mm	相对误差 (%)	预测值 /mm	相对误差 (%)	预测值 /mm	相对误差 (%)
11	36.26	36.18	0.22	36.18	0.22	36.19	0.19
12	36.23	36.14	0.24	36.16	0.20	36.17	0.16
13	36.15	36.11	0.11	36.13	0.07	36.14	0.03
14	36.07	36.08	0.03	36.10	0.09	36.09	0.06
15	36.00	36.05	0.15	36.07	0.19	36.07	0.19

表 5 观测点 A22 各模型预测结果

Table 5 The predicted results at the observation position A22 from different models

时间序号	实测值 /mm	MGM(1,3)		自适应 MGM(1,3)		自适应 MGM-MC	
		预测值 /mm	相对误差 (%)	预测值 /mm	相对误差 (%)	预测值 /mm	相对误差 (%)
11	54.19	54.16	0.06	54.16	0.06	54.17	0.04
12	54.16	54.12	0.08	54.13	0.06	54.14	0.04
13	54.08	54.08	0.00	54.09	0.01	54.1	0.04
14	54.03	54.05	0.04	54.04	0.02	54.04	0.02
15	53.94	54.03	0.16	54.00	0.11	54.01	0.13

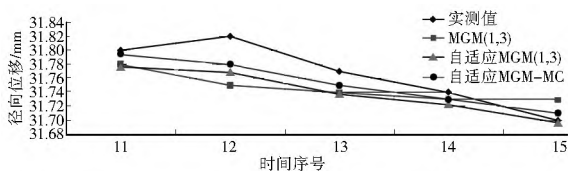


图 1 观测点 A15 各模型预测结果

Fig. 1 The predicted results at the observation position A15 from different models

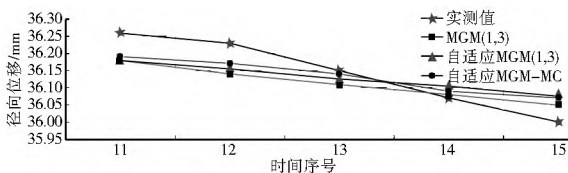


图 2 观测点 A19 各模型预测结果

Fig. 2 The predicted results at the observation position A19 from different models

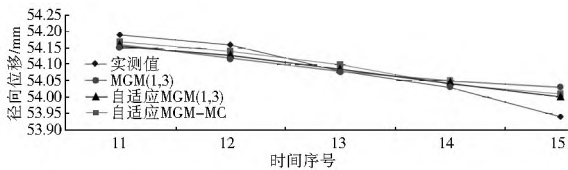


图 3 观测点 A22 各模型预测结果

Fig. 3 The predicted results at the observation position A22 from different models

可以看出, 自适应 MGM-MC 模型预测效果最好, 自适应 MGM(1,3) 模型次之, 多变量灰色模型 MGM(1,3) 由于未考虑在变形过程中所产生的随机扰动的影响, 因此预测效果差于上述两种方法。

4 结论

(1) 随着预测序列的增长, 常规 MGM 模型预测效果将会由于随机扰动的影响而降低。自适应 MGM(1, n) 模型能够将最老的信息去除, 并置入最新信息, 以反映坝体变形过程中所产生的随机因素或扰动对系统的影响。

(2) 大坝本身是一个复杂的系统, 其变形受到多种因素的影响, 且各个测点之间的变化相互制约。而马尔科夫链通过计算测点的转移矩阵并确定其所处状态, 对预测位移进行修正, 能够克服多因素对大坝系统变形的影响。此外, 马尔科夫链模型的预测精度与状态区间的划分有着紧密关系, 而目前关于状态数目确定和状态区间的划分还没有统一标准, 需要进一步研究。

(3) 本文建立自适应 MGM(1, n) 马尔科夫链模型综合了上述两种方法的优点, 预测结果的平均误差低于传统 MGM(1, n) 模型以及自适应 MGM(1, n) 模型。该方法可应用于大坝变形中进行观测数据的拟合和预测, 尤其对于那些时间序列较短且资料不连续完整的工程, 具有一定实用性。

参考文献(References):

- [1] 张强勇, 刘豆豆. 重力坝变形统计回归分析模型及工程应用[J]. 人民黄河, 2005, (7): 37-39. (ZHANG Qiang yong, LIU Dou dou. Deformation Statistic Regression Analysis Model for Gravity Dam and Its Application[J]. Yellow River, 2005, (7): 37-39. (in Chinese))
- [2] 李守巨, 刘迎曦, 刘玉静. 基于进化神经网络混凝土大坝变形预测[J]. 岩土力学, 2003, (4): 634-638. (LI Shou ju, LIU Ying xi, LIU Yu jing. Dam Deformation Forecasting by Evolving Artificial Neural Network[J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, (4): 634-638. (in Chinese))
- [3] Liu Hezhi, Wang Songlin, Liu Jingyang. LSSVM Prediction Model Based on Phase Space Reconstruction for Dam Deformation[J]. Advanced Material Research, 2013, (663): 55-59.
- [4] Zhao Yuqing, Tong Yuping. Application of MGM(1, n) on Concrete temperature of RCC dam[J]. Advanced Material Research, 2012, (368-373): 2406-2410.
- [5] 熊萍萍, 党耀国, 束慧. MGM(1, m) 模型的特性研究[J]. 控制与决策, 2012(27): 389-393. (XIONG Ping-ping, DANG Yaoguo, SHU Hui. Research on Characteristics of MGM(1, n) Model[J]. Control and Decision, 2012, (27): 389-393. (in Chinese))
- [6] 顾冲时, 吴中如. 大坝与坝基安全监控理论和方法及其应用[M]. 南京: 河海大学出版社, 2006. (GU Chongshi, WU Zhongru, Safety Monitoring of Dams and Dam Foundations Theories & Methods and Their Application[M]. Nanjing: Hohai University Press, 2006. (in Chinese))
- [7] 董浩, 刘元宁, 张浩, 等. 马尔科夫链在 RNA 二级结构中的应用[J]. 吉林大学学报(工学版), 2010(40): 324-327. (DONG Hao, LIU Yuanning, ZHANG Hao, et al. Application of Markov Chain in RNA Secondary Structure Prediction[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2010(40): 324-327. (in Chinese))
- [8] Wei Hai, Yang Huashu, Tian Dengping, et al. Dam Safety Monitoring Model Based on Markov Chain[J]. Advanced Material Research. 2011, (255-260): 3626-3631.

(下转第 153 页)

行经济方面的分析。

参考文献(References):

- [1] 恩戈科. 混凝土面板堆石坝的应力应变计算的发展与灵敏度分析[J]. 河海大学学报, 1999, 27(4): 97-100. (NGOKO. Development and Sensitivity Analysis of Concrete Face Rockfill Dam Stress-Strain Calculations [J]. Journal of Hohai University, 1999, 27(4): 97-100. (in Chinese))
- [2] 张朝辉. 柏叶口水库混凝土面板堆石坝施工期坝体排水[J]. 山西水利科技, 2011, (4): 10-11. (ZHANG Chaohui. Construction period Dam Body Drainage for Baiyekou Concrete Face Rockfill Dam [J]. Shanxi Hydrotechnics, 2011, (4): 10-11. (in Chinese))
- [3] 吕生玺. 九甸峡混凝土面板堆石坝应力和变形有限元分析[J]. 南水北调与水利科技, 2010, 8(3): 117-120. (LV Shengxi. Finite Element Analysis on Stress and Deformation for Jiudianxia Concrete Face Rockfill Dam [J]. South to North Water Transfers and Water Science & Technology, 2010, 8(3): 117-120. (in Chinese))
- [4] 戴乐军, 杨文龙, 余仲军. 德泽水库混凝土面板堆石坝趾板混凝土裂缝处理[J]. 人民长江, 2012, 43(4): 46-48. (DAI Lejun, YANG Wenlong, YU Zhongjun. Treatment of Concrete Crack of Toe Slab of CFRD of Deze Reservoir [J]. Yangtze River, 2012, 43(4): 46-48. (in Chinese))
- [5] 牟林, 蔡德文. 紫坪铺混凝土面板堆石坝震损特性分析[J]. 吉林水利, 2010, (3): 8-11. (MU Lin, CAI Dewen. Analysis of Earthquake Damage for Zipingpu Concrete Face Rockfill Dam [J]. Jilin Water Resources, 2010, (3): 8-11. (in Chinese))
- [6] 陈传慧, 肖化文. 水布垭水电站面板堆石坝应力变形分析[J]. 水力发电, 2001, (8): 38-39. (CHEN Chuahui, XIAO Huawen. Stress Deformation Analysis Shuibuya Hydropower Station Concrete Face Rockfill Dam [J]. Water Power, 2001, (8): 38-39. (in Chinese))
- [7] 张浩. 牛岭水电站混凝土面板堆石坝三维应力应变分析[J]. 安徽水利科技, 1996, (2): 18-21. (ZHANG Hao. 3-D Stress Deformation Analysis of Niuling Hydropower Station Concrete Face Rockfill Dam [J]. Anhui Water Science and Technology, 1996, (2): 18-21. (in Chinese))
- [8] 邹爽, 罗启北, 杜清贵. 混凝土面板堆石坝变形非线性有限元分析[J]. 贵州水力发电, 2003, (1): 28-30, 34. (ZOU Shuang, LUO Qibei, DU Qingui. Nonlinear Finite Element Analysis on Deformation of Concrete Face Rockfill Dam. Guizhou Water Power, 2003, (1): 28-30, 34. (in Chinese))
- [9] 吴兴征, 栾茂田, 辛军霞. 修正邓肯模型及在面板堆石坝应力与变形分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2001, 20(A01): 1098-1102. (WU Xirzheng, LUAN Maotian, XIN Junxia. Modification of Duncan's Nonlinear Soil Model and Application in Stress and Deformation Analysis of Concrete Faced Rockfill Dams [J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2001, 20(A01): 1098-1102. (in Chinese))
- [9] 邓聚龙. 灰理论基础[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 2002. (DENG Julong. The Primary Methods of Grey System [M]. Wuhan: Huazhong University of Science Press, 2002. (in Chinese))
- [10] 王朝阳, 许强, 范宣梅, 等. 灰色新陈代谢 GM(1, 1) 模型在滑坡变形预测中的应用[J]. 水文地质工程地质, 2009, (2): 108-111. (WANG Chaoyang, XU Qiang, FAN Xuamei et al. Application of Renewal Gray GM(1, 1) Model to Prediction of Landslide Deformation with Two Case Studies [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2009, (2): 108-111. (in Chinese))
- [11] 刘国华, 何勇兵, 汪树玉. 土石坝沉降预测中的多变量灰色预测模型[J]. 水利学报, 2003, (12): 84-88. (LIU Guohua, HE Yongbing, WANG Shuyu. Application of Grey Multi-variable Forecasting Model for the Settlement of Earth Dam [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2003, (12): 84-88. (in Chinese))
- [12] 翟军, 盛建明. MGM(1, n) 灰色模型及应用[J]. 系统工程理论与实践, 1997, (7): 109-113. (ZHAI Jun, SHENG Jianming. The Grey Model MGM(1, n) and Its Application [J]. Systems Engineering theory & Practice, 1997, (7): 109-113. (in Chinese))
- [13] 刘思峰, 郭天榜. 灰色系统理论及应用[M]. 开封: 河南大学出版社, 1991. (LIU Sifeng, GUO Tianbang. Theory of Grey System and Its Application [M]. Kaifeng: Henan University Press, 1991. (in Chinese))
- [14] 龙浩, 高睿, 孔德新, 等. 基于 BP 神经网络马尔科夫链模型的隧道围岩位移预测[J]. 长江科学院院报, 2013, (3): 40-43. (LONG Hao, GAO Rui, KONG Dexin, et al. Forecast of Tunnel's Surrounding Rock Displacement by BP Neural Network and Markov Chain [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2013, (3): 40-43. (in Chinese))
- [15] Leonard E. Baum, Ted Petrie, George Soules, et al. A Maximization Technique Occurring in the Statistical Analysis of Probabilistic Functions of Markov Chains [J]. The Annals of Mathematical Statistics, 1970, (41): 164-171.

(上接第 148 页)