

非均匀沙起动概率公式研究

张振昌¹, 赵素敏¹, 何文社^{1,2}

(1. 兰州交通大学, 兰州 730070; 2. 甘肃省道路桥梁与地下工程重点实验室, 兰州 730070)

摘要: 考虑到泥沙颗粒暴露度以及颗粒形状对泥沙起动流速的影响, 通过概率论与力学相结合的方法, 推导得到了非均匀沙起动概率公式, 从而建立了起动流速与起动概率之间的明确关系。与实测起动流速对比表明, 该公式能正确反映非均匀沙的运动规律。

关键词: 非均匀沙; 起动流速; 起动概率; 暴露度

中图分类号: TV 142 **文献标识码:** A **文章编号:** 1672-1683(2014)03-0195-03

Probability Formula of Incipient Motion of Non-uniform Sediment

ZHANG Zhenchang¹, ZHAO Sumin¹, HE Wenshe^{1,2}

(1. Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China;

2. Key Laboratory of Roads, Bridges and Underground Engineering of Gansu Province, Lanzhou 730070, China)

Abstract: The incipient motion of sediment is one of the most important subjects for the research of river dynamics. In this paper, the probability formula of incipient motion of non-uniform sediment was deduced using the combination method of probability and mechanics in consideration of the impacts of exposure degree and shape of sediment on the threshold velocity. The relationship between threshold velocity and threshold probability was developed. Compared with the measured incipient velocity, the formula can reflect the movement of non-uniform sediment accurately.

Key words: non-uniform sediment; threshold velocity; threshold probability; exposure degree

非均匀沙的起动机理十分复杂, 泥沙颗粒本身形状、位置以及水流特性等都会对泥沙的起动造成不同程度的影响。对于泥沙颗粒之间相互作用最重要的研究成果之一是提出了暴露度的概念, 韩其为^[1]、何文社^[2]等都对其有过深入研究, 并以此进一步提出了等效粒径的概念, 使得非均匀沙的起动模式得以简化。而水流近底流速脉动服从正态分布已经被众多学者认可^[3]。虽然对非均匀沙起动的方法很多, 但长期研究表明, 必须通过概率论和力学相结合的方法, 才能真正理解泥沙起动现象的本质^[4], 这也是泥沙颗粒起动的必然性和随机性所决定的。

1 泥沙起动机理

1.1 泥沙起动判别标准

泥沙起动的判别标准带有比较大的任意性。克雷默^[5] (H. Kramer) 最早对泥沙起动的随机性进行了描述和划分, 把推移质的运动分为四个阶段: 无泥沙运动、轻微的泥沙运动、中等强度的泥沙运动和普遍的泥沙运动。这种划分只是

一种定性的方法, 观测的结果因人而异, 因此不能作为判断泥沙起动的标准。窦国仁^[6]以近底流速作为反映泥沙起动的水力指标, 考虑到水流的脉动性, 提出了克雷默三种泥沙运动强度相应的概率:

$$\text{弱动 } p = p[u_0 > u_c = \bar{u}_c + 3\sigma_{u_0} = 2.11\bar{u}_c] = 0.00135$$

$$\text{中动 } p = p[u_0 > u_c = \bar{u}_c + 2\sigma_{u_0} = 1.74\bar{u}_c] = 0.0227$$

$$\text{普动 } p = p[u_0 > u_c = \bar{u}_c + \sigma_{u_0} = 1.37\bar{u}_c] = 0.159$$

式中: \bar{u}_c 为时均起动底流速; σ_{u_0} 为脉动底流速的均方根。

1.2 等效粒径

关于床面位置对泥沙颗粒起动的影响, 早在 20 世纪 50 年代 Einstein^[7] 就考虑了隐蔽作用的影响而利用系数 ξ 对上举力进行校正。钱宁^[8] 曾揭示了细颗粒的暴露因床沙分离程度的不同而不同这一现象。韩其为^[1] 等从静止颗粒的稳定性、滚动颗粒的速度等角度研究, 认为可以用某一颗粒的最低点到该颗粒与其相邻下游颗粒接触点之间的竖直距离 Δ 来表征颗粒在床面上所处的相对位置, 这一距离 Δ 被认为

收稿日期: 2013-10-09 修回日期: 2014-04-01 网络出版时间: 2014-05-07

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/doi/10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2014.03.041.html>

基金项目: 教育部“长江学者和创新团队发展计划”资助项目 (IRT1139)

作者简介: 张振昌(1990-), 男, 甘肃白银人, 硕士研究生, 主要从事河流泥沙工程及河流管理方面的研究。E-mail: zzchang0904@163.com

是颗粒的暴露度。何文社^[7]定义床面所研究颗粒的最低点 d_i 到该颗粒与其相邻下游颗粒 d_j 的最高点之间的距离为所研究颗粒的绝对暴露度 Δ ，绝对暴露度 Δ 与研究颗粒 d_i 的比值为相对暴露度 Δ' ，研究颗粒 d_i 乘以一关于暴露度的影响系数定义为等效粒径 d_i^* ，相对暴露度为

$$\Delta'_i = \frac{\Delta}{d_i} = \xi \frac{d_m}{d_i} \quad (1)$$

等效粒径为：

$$d_i^* = d_i (1 + \xi \frac{d_m}{d_i}) \quad (2)$$

式中： d_m 为床沙的平均粒径； d_i 为所研究的泥沙粒径； ξ 为所研究颗粒的相对暴露度系数，非均匀沙 ξ 的取值范围为 0~1，均匀沙为 0.134~1。

1.3 泥沙颗粒形状对起动流速的影响

非均匀沙研究中一般将泥沙颗粒简化为球体，等效粒径只是考虑了由于泥沙颗粒床面位置的随机性而引起的大颗粒对小颗粒的隐蔽作用以及小颗粒对大颗粒的填充密实作用，并未考虑颗粒形状的影响，因此本文利用形状影响系数 η 对等效粒径进行修正， η 表达式如下：

$$\eta = (ac/b^2)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

式中： a 、 b 、 c 分别为泥沙颗粒的长、中、短轴长度。

聂锐华^[8]等通过实测资料分析得到泥沙颗粒形状使等效粒径较实际粒径偏大，形状影响系数 η 取值范围为 0.84~1.38。

2 建立起动模式

对床面上完全暴露的单个颗粒来说，在不考虑颗粒之间的黏结力情况下，只考虑 3 种基本力，即水流拖曳力 F_D 、上举力 F_L 及水下重力 W 。

$$F_D = C_D \alpha_D (\eta d_i^*)^2 \frac{\rho u_*^2}{2} \quad (4)$$

$$F_L = C_L \alpha_L (\eta d_i^*)^2 \frac{\rho u_*^2}{2} \quad (5)$$

$$W = \alpha_w (\gamma_s - \gamma) (\eta d_i^*)^3 \quad (6)$$

式中： α_D 、 α_L 、 α_w 分别为与水流拖曳力、上举力及水下重力相应的面积系数，对球体颗粒一般取 $\alpha_D = \pi/4$ ， $\alpha_L = \pi/4$ ， $\alpha_w = \pi/6$ ； C_D 、 C_L 为拖曳力及上举力系数，对位于床面上的单个颗粒，即暴露度最大而言 $C_D = 0.4$ ， $C_L = 0.1$ ； u_{*c} 为水流作用在床面沙粒上的瞬时起动流速； γ_s 、 γ 分别为泥沙颗粒及水的容重； ρ 为水的密度； d_i^* 为颗粒的等效粒径； η 为泥沙颗粒的形状影响系数。

采用滚动平衡理论：

$$F_D L_D + F_L L_L = WL_W \quad (7)$$

式中： L_D 、 L_L 、 L_W 分别为 F_D 、 F_L 、 W 的力臂，据文献^[9]取 $L_D = 2/3$ ， $L_L = 1/2$ ， $L_W = 1/2$ 。

将式(4)、式(5)、式(6)代入式(7)简化得：

$$u_{*c} = \sqrt{\frac{2\alpha_w (\gamma_s - \gamma) \eta d_i^* L_W}{C_D \alpha_D \rho L_D + C_L \alpha_L \rho L_L}} \quad (8)$$

作为随机变量的水流底速的分布在河底边界层中其纵向底速为正态分布^[9]，其分布函数为：

$$f_{\xi_w} = \frac{1}{2\pi\sigma} \exp\left[-\frac{(u - \bar{u}_b)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (9)$$

式中： σ^2 为底部纵向流速方差； \bar{u}_b 为水流纵向底部平均流速； $\alpha = 0.37 \bar{u}_b$ 。

根据文献^[9]水流平均底速与摩擦流速的关系式可以写为：

$$\bar{u}_b = \alpha u_* \quad (10)$$

式中： α 为系数，据文献^[1]取 $\alpha = 5.6$ 。而根据文献^[11]，若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，则：

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1) \quad (11)$$

所以泥沙起动概率为

$$P = P\{ |x(u)| > u_{*c} \} = 1 - P\{ -u_{*c} < x(u) < u_{*c} \} \quad (12)$$

将式(8)、式(9)、式(10)代入式(12)整理后得起动概率公式：

$$P = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_{-2.7/(\Psi \Phi)^{0.5} - 1}^{2.7/(\Psi \Phi)^{0.5} - 1} e^{-0.5x(u)^2} dx(u) \quad (13)$$

其中

$$\Psi = \frac{(\gamma_s - \gamma) d_i}{\tau} \quad (14)$$

$$\Phi = \frac{2\alpha_w \eta (1 + \xi \frac{d_m}{d_i}) L_w}{(C_D L_D \alpha_D + C_L L_L \alpha_L) \alpha^2} \quad (15)$$

由正态分布表知，积分下限对概率 P 的影响很小，可以忽略不计，且在起动概率 P 知道时可以查表求得积分上限 k ，得出：

$$2.7 / (\Psi \Phi)^{0.5} - 1 = k \quad (16)$$

得希尔兹系数 $\frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma) d_i}$

$$\frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma) d_i} = \frac{1}{\Psi} = \frac{\Phi}{(k/2.7 + 1)^2} \quad (17)$$

式(17)中 $\frac{\tau}{(\gamma_s - \gamma) d_i}$ 便是临界希尔兹系数。

由文献^[4]有曼宁-斯特里克勒公式：

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = 5.68 \left(\frac{h}{K_s} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (18)$$

摩擦流速：

$$u_*^2 = \tau / \rho \quad (19)$$

式中： K_s 为河床糙度，一般取 $K_s = d_m$ 。

将式(18)、式(19)代入式(17)得非均匀沙起动平均流速公式：

$$\bar{u} = \frac{5.68}{k/2.7 + 1} \left[\left(\frac{\rho}{\gamma_s - \gamma} - 1 \right) g \Phi d_i \left(\frac{h}{d_m} \right)^{\frac{1}{3}} J \right]^{0.5} \quad (20)$$

3 公式验证

本文采用文献^[1]和文献^[12]实测资料对公式(20)进行验证。文献^[1]中非均匀沙分级起动试验在长 10 m、宽 0.5 m 的变水坡槽中进行，采用若干种下限固定在 0.05 mm、上限于 12~25 mm 范围内变动且级配连续的长江天然沙，铺成厚约 10 cm 床面；文献^[12]床沙特征粒径为 $D_{90} = 170$ mm， $D_{75} = 98$ mm， $D_{25} = 17.5$ mm， $D_m = 73$ mm，其实测流速换算成水深 1 m 时的流速。

文献^[1]是在小区域内投放一定颗数的颜色沙作为起动试验观测的目标，而不考虑全部床沙起动，因此取介于中动与普动之间的起动概率 $P = 0.05$ 作为起动标准， $k = 1.65^{1/11}$ ，由式(15)得：

$$\Phi = 0.067 \eta (1 + \xi \frac{d_m}{d_i}) \quad (21)$$

代入式(21)得平均流速:

$$\bar{u} = 3.673[\eta(d_i + \xi d_m) (\frac{h}{d_m})^{\frac{1}{3}}]^{0.5} \quad (22)$$

由于目前对于泥沙颗粒形状系数 η 和相对暴露度 ξ 的分布函数的研究并不充分,虽然聂锐化^[8]指出用正态分布描述形状对等效粒径的影响具有一定的可靠性,韩其为^[9]假设相对暴露度服从均匀分布,但均缺乏一定的理论基础。所以式(22)中的形状影响系数和相对暴露度在计算时取常数。文献[1]颗粒粒径小,形状影响系数相对也较小,在计算中取其下限 $\eta = 0.84$, 相对暴露度取均值 $\xi = 0.5$; 文献[12]泥沙颗粒粒径较大,在计算中取其均值 $\eta = 1.07$, 相对暴露度亦取均值 $\xi = 0.5$ 。表1为文献[1]起动流速实测值和计算值,以及公式(22)的计算结果的比较。表2为文献[12]实测值、林泰造^[13]和陈媛儿等^[14]起动流速公式计算值与式(22)计算值的比较。

由表1和表2不难看出,式(22)的计算值比文献[1]的计算值更接近实测值,而陈媛儿公式起动流速计算出现负值与其公式结构的不合理性有关,林泰造公式起动流速计算值随粒径增大反而减小,这与事实明显不符。因此式(22)对于非黏性宽级配非均匀沙起动流速的计算具有相当高的精度。

表1 与文献[1]非均匀沙起动流速对比

Table 1 Comparison of the calculated threshold velocities of non uniform sediment with those in literature [1]

组号	h / cm	d_i / mm	d_m / mm	$u_{\text{实测}}$ / (m · s ⁻¹)	文献[1]计算 值 u_c / (m · s ⁻¹)	本文计算值 u / (m · s ⁻¹)
1	6.600	0.550	0.763	0.228	0.202	0.216
2	12.100	1.750	0.763	0.338	0.311	0.361
3	4.400	0.365	0.865	0.204	0.175	0.183
4	9.600	1.750	0.865	0.318	0.308	0.344
5	4.600	0.365	1.256	0.194	0.180	0.193
6	6.600	0.675	1.256	0.232	0.225	0.235
7	11.600	2.250	1.256	0.353	0.349	0.384
8	6.000	0.950	3.137	0.301	0.263	0.276
9	8.100	1.750	3.137	0.365	0.329	0.333
10	11.100	3.250	3.137	0.446	0.407	0.423
11	12.400	4.000	3.137	0.478	0.442	0.463
12	15.200	6.000	3.137	0.539	0.518	0.559
13	4.400	1.750	2.296	0.295	0.295	0.296
14	5.800	3.250	2.296	0.381	0.367	0.382
15	6.600	4.000	2.296	0.402	0.399	0.422
16	7.400	5.000	2.296	0.432	0.433	0.470

表2 与文献[12-14]非均匀沙起动流速对比

Table 2 Comparison of the calculated threshold velocities of non uniform sediment with those in literature [12-14]

D / mm	3.8	3.9	6.5	9.0	10	20	29	48	73	150
实测值 ^[12]	1.55	1.55	1.66	1.71	1.71	1.78	1.78	1.85	2.26	2.54
林泰造 ^[13] 式	11.52	11.37	8.81	7.48	7.16	5.02	4.24	3.24	2.63	2.80
陈媛儿 ^[14] 式	-0.50	-0.53	-1.66	-11.24	25.56	1.83	1.52	1.43	1.48	1.71
本文计算值	1.18	1.18	1.22	1.25	1.27	1.40	1.50	1.71	1.94	2.54

4 结论

(1) 非均匀沙的起动较均匀沙复杂的多,不仅要考虑不同粒径颗粒之间的相互影响,还要考虑泥沙颗粒形状的影响以及水流的脉动性等。

(2) 通过概率论建立了泥沙起动概率流速公式,对于非黏性宽级配非均匀沙起动流速的计算具有相当高的精度。该公式直接显示了起动概率与起动流速之间的关系,这便为不同学者所测得的起动流速的对比提供了一个很好的转化工具。

(3) 颗粒形状影响系数和相对暴露度对起动流速的影响较大,不能忽略。但其分布规律的研究目前并不充分,有待进一步深入研究。

参考文献(References):

[1] 韩其为,何明民.泥沙起动规律及起动流速[M].北京,科学出版社,1999.(HAN Qi wei, HE Ming min. Incipient Principles And Incipient Velocity of Sediment[M]. Beijing, Science Press, 1999. (in Chinese))

[2] 何文社,曹叔尤,刘兴年.泥沙颗粒暴露度与等效粒径[J].水利学报,2002,(11): 44-48 (HE Wen she, CAO Shu you, LIU Xing-nian. Relative Exposure Degree And Equivalent Grain Size of Non uniform Sediment[J]. Journal of Hydraulic Engineering. 2002, (11): 44-48. (in Chinese))

[3] 杨奉广,曹叔尤,刘兴年.非均匀沙分级起动流速研究[J].四川

大学学报(工程科学版),2008,40(5): 51-57. (YANG Feng guang, CAO Shu you, LIU Xing-nian. Study on Incipient Velocity of Individual Fractions of Non uniform Sediment[J], Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition), 2008, 40(5): 51-57. (in Chinese))

[4] 钱宁,万兆惠.泥沙运动力学[M].北京,科学出版社,2003. (QIAN Ning, WAN Zhao Hui. Mechanics of Sediment Transport[M]. Beijing, Science Press, 2003. (in Chinese))

[5] Kramer H. Sand Mixtures And Sand Movement In Fluvial Model[J]. Trans., ASCE, 1935, 100: 798-838.

[6] 窦国仁.再论泥沙起动流速[J].泥沙研究,1999,(6): 1-12. (DOU Guo ren. Incipient Motion Of Coarse And Fine Sediment[J]. Journal Of Sediment Research, 1999, (6): 1-12 (in Chinese))

[7] Wilcock PR. Critical Shear Stress Of Natural Sediments[J]. J. Hydr. Engr., ASCE, 1993, 119(4): 491-505.

[8] 聂锐化,刘兴年,刘正平等.宽级配卵石起动规律研究[J].水力发电学报,2004,23(3): 112-115. (NIE Rui hua, LIU Xing-nian, LIU Zheng ping. Study on Laws of Incipient Motion For Pebbles With a Wide Size Distribution[J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2004, 23(3): 112-115. (in Chinese))

[9] 何文社,曹叔尤,刘兴年,等.泥沙起动临界切应力研究[J].力学学报,2003,35(3): 326-330. (HE Wen she, CAO Shu you, LIU Xing-nian, et al. Critical Shear Stress of Incipient Motion of Sediment[J]. Journal of Mechanics, 2003, 35(3): 326-330. (in Chinese))

(下转第217页)

$$\begin{bmatrix} 0.323 & 0.348 & 0.329 \\ 0.315 & 0.362 & 0.323 \\ 0.335 & 0.327 & 0.337 \\ 0.343 & 0.335 & 0.322 \\ 0.332 & 0.330 & 0.338 \end{bmatrix} = (0.329, 0.342, 0.329)$$

依据最大优属度原则,由计算结果可知:备选场址 2 号为最佳推荐方案。该方案为实际工程采纳后,运用效果良好。

4 结论

(1) 根据山区城市的地质环境特点,从自然地理因素、地质构造、地层岩性、水文地质条件、地质灾害等方面,构建了危险性废弃物场址方案优选的多层次多目标评价指标体系。

(2) 运用模糊数学综合评判的改进模型对成都拟建危险废物处置中心选址工程进行实例分析,研究表明 2 号备选场址为最优方案,为实际工程建设提供决策依据,与工程实际情况较吻合。

参考文献(References):

- [1] SUN IL K, GA IKWAD S A, SHEKDAR A V, et al. Estimation Method for National Methane Emission from Solid Waste Landfills [J]. Atmospheric Environment, 2004, 38(21): 3481-3487. [6] IMONE L, IAN B, DAVID E. Assessing the Demand of Solid Waste Disposal in Urban Region by Urban Dynamics Modelling in a GIS Environment [J]. Socio-Economic Planning Sciences, 2001, 39(1): 25-41.
- [2] 李仕友, 谢水波. 基于城市垃圾卫生填埋场选址的分析 [J]. 黑龙江水利科技, 2006, 34(1): 80-81. (LI Shiyu XIE Shuib. Analysis of the Location of City Garbage Sanitary Landfill [J]. Heilongjiang Science and Technology of Water Conservancy, 2006, 34(1): 80-81. (in Chinese))
- [3] 蔡爱民, 查良松. GIS 在芜湖市城市生活垃圾填埋点选址中的应用 [J]. 国土与自然资源研究, 2004(1): 58-59. (CAI Aimin CHA Liang song. Application Research with Gis on Site Selecting of Landfill of Life Waste in Wuhu City [J]. Territory and Natural Resources Study, 2004, (1): 58-59. (in Chinese))
- [4] 曹建军, 刘永娟, 郭广礼. 城市生活垃圾填埋场选址研究 [J]. 工业安全与环保, 2004, 30(4): 22-24. (CAO Jiarjun, LIU Yongjuan, GUO Guangli. The Research on the Selection of Municipal Solid Waste Landfill Site Industrial Safety and Environmental Protection. 2004, 30(4): 22-24. (in Chinese))
- [5] 方金德. 浅议生活垃圾卫生填埋场选址问题 [J]. 环境管理, 2006, 6(6): 59-64. (FANG Jinde. On Solid Waste Sanitary Landfill Site [J]. Environmental Control, 2006, 6(6): 59-64. (in Chinese))
- [6] 邵国霞. 模糊多属性决策在垃圾卫生填埋场选址中的应用 [J]. 环境工程, 2005, 23(3): 88-90. (SHAO Guoxia. Fuzzy Multiple Attribute Decision Making in the Application Site of Solid Waste Sanitary Landfill [J]. Environment Engineering, 2005, 23(3): 88-90. (in Chinese))
- [7] 程鹏. 危险废弃物安全填埋场的选址及安全措施 [J]. 辽宁城乡环境科技, 2006, 26(1): 8-10. (CHENG Peng. Location and Safety measures of Hazardous Waste Landfill [J]. Liaoning Urban and Rural Environmental Science and Technology, 2006, 26(1): 8-10. (in Chinese))
- [8] 李士勇. 工程模糊数学及应用 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2004. (LI Shiyong. Engineering Fuzzy Mathematics and Its Application [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology press, 2004. (in Chinese))
- [9] 李安贵, 张志宏. 模糊数学及其应用 [M]. 武汉: 冶金工业出版社, 2003. (LI Angui, ZHANG Zhihong. Fuzzy Mathematics and Its Application [M]. Huhan: Metallurgical Industry Press, 2003. (in Chinese))
- [10] 刘沙沙. 企业环境绩效审计评价模型研究及应用—基于模糊数学综合评判改进模型的案例研究 [J]. 中国内部审计, 2013, (5): 36-40. (LIU Shasha. Corporate Environmental Performance Audit of Improved Model of Fuzzy Mathematics Comprehensive Evaluation Model Research and Application Based on Case Study [J]. The Chinese Internal Audit, 2013, (5): 36-40. (in Chinese))
- [10] 张瑞瑾, 谢鉴衡, 王明甫, 等. 河流泥沙工程 [M]. 北京: 水利水电出版社, 1989. (ZHANG Ruijing, XIE Jiaheng, WANG Mingfu. Sediment Engineer of River Flow [M]. Beijing: Water Resources And Hydropower Press, 1989. (in Chinese))
- [11] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计 (第四版) [M]. 浙江大学, 高等教育出版社, 2008. (SHENG Zhou, XIE Shiqian, PAN Chengyi. Probability And Mathematical Statistics (The Fourth Edition) [M]. Zhejiang University, Higher Education Press, 2008. (in Chinese))
- [12] 秦荣昱, 王崇浩. 河流推移质运动理论及应用 [M]. 北京: 中国铁道出版社, 1996. (QIN Yuruyu, WANG Chonghao. Theory and Apply of Bed Load Motion of River Flow [M]. Beijing: China Railway Press, 1996. (in Chinese))
- [13] Hayashi T. S. Ozaki and Ichibashi T. Study on Bed Load Transport of Sediment Mixture [J]. Proc, 24th. Japanese Conference on Hydraulics. 1980.
- [14] 陈媛儿, 谢鉴衡. 非均匀沙起动规律初探 [J]. 武汉水利电力学院学报, 1988, (3). (CHEN yuaner, XIE Jiaheng. Preliminary Research on the Laws of Threshold Motion for Nonuniform Sediment [J]. Wuhan University of Hydro and Engineering. 1988, (3). (in Chinese))

(上接第 197 页)