

基于遗传算法的地下水人工回灌系统优化

—以北京永定河冲洪积扇为例

郝奇琛¹, 邵景力¹, 李宇², 谢振华², 崔亚莉¹

(1. 中国地质大学, 北京 100083; 2. 北京市水文地质工程地质大队, 北京 100195)

摘要: 地下水人工回灌是增加含水层补给资源量的有效方法之一。为评价地下水人工回灌系统的最大回灌效率。以地下水长期超采的北京永定河冲洪积扇为例, 建立了地下水人工回灌系统优化模型。为预测地下水对回灌方案的响应, 优化模型中嵌入了地下水流模型, 模拟预测的结果返回到优化模型中作为约束条件, 优化过程最终由遗传算法(GA)求解。GA的选择方法为轮盘赌选择法, 并使用罚函数法解决了优化模型的限制条件问题。求解结果显示, 优化后的地下水人工回灌系统将更有效的增加含水层的储存资源量, 在地下水限高水位约束下, 两种方案回灌至含水层的水量将从 $127.42 \times 10^6 \text{ m}^3$ 和 $243.48 \times 10^6 \text{ m}^3$ 分别增加到 $140.46 \times 10^6 \text{ m}^3$ 和 $275.55 \times 10^6 \text{ m}^3$, 回灌结束后水位最大升幅为 26 m。说明开发的优化模型可以高效求得最优回灌方案。

关键词: 优化模型; 遗传算法; 地下水人工补给; 回灌速率; 地下水流模型

中图分类号: P641.25 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-1683(2015)01-0067-05

Optimization of artificial recharge of groundwater system based on parallel genetic algorithm — a case study in the alluvial fan of Yongding River in Beijing

HAO Qi chen¹, SHAO Jing li¹, LI Yu², XIE Zhen hua² CUI Ya li¹

(1. China University of Geosciences, Beijing 100083, China;

2. Beijing Institute of Hydrogeology and Engineering Geology, Beijing 100195, China)

Abstract: Artificial recharge is one of the most efficient approaches to increase the aquifer groundwater storage. In order to evaluate the maximum recharge rate of the artificial recharge system to groundwater, an optimization model of artificial recharge system was developed for the alluvial fan in the Yongding river of Beijing, where groundwater is often over extracted. Meanwhile, a groundwater flow model was integrated into the optimization model to predict the response of groundwater to the artificial scheme. The groundwater model results were used as the constraint conditions in the optimization model, which was solved by the genetic algorithm(GA). Roulette wheel selection was used for GA, and penalty function method was used to solve the constraints of the optimization problem. The optimal results indicated that the optimal artificial recharge system can increase the aquifer groundwater storage effectively. The aquifer storage can increase from $127.42 \times 10^6 \text{ m}^3$ and $243.48 \times 10^6 \text{ m}^3$ to $140.46 \times 10^6 \text{ m}^3$ and $275.55 \times 10^6 \text{ m}^3$ under two recharge schemes without exceeding the upper limit of groundwater level, and groundwater level can increase 26 m after the optimization. The proposed optimization model is able to determine the optimal recharge scheme effectively.

Key words: optimization model; genetic algorithm; artificial recharge of groundwater; recharge rate; groundwater flow model

地下水人工回灌在地下水资源可持续开发利用过程中起到重要作用。在水资源富余时可通过人工回灌方式将其储存在含水层中, 在水资源短缺时抽出使用^[1]。特别是在一些干旱半干旱地区, 非常有必要通过建造人工回灌系统的方

式增加含水层的补给资源量。在过去的几十年里, 世界上很多地区都开展了地下水人工回灌工程^[2-4]。

然而, 由于人类活动对土地利用的影响、含水层特征的复杂性以及地下水位响应的非线性等问题的存在, 致使设计

收稿日期: 2014-03-11 修回日期: 2014-11-20 网络出版时间: 2014-12-03

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20141203.1142.009.html>

基金项目: 国土资源部公益性行业科研专项经费资助(2012110794); 国家重点研究基础发展计划“973”项目(2010CB428804)

作者简介: 郝奇琛(1986-)男, 山东滕州人, 博士生, 主要从事水文地质和地下水管理研究。E-mail: haoqichen1986@163.com。

通讯作者: 邵景力(1959-), 男, 山东滕州人, 教授, 博士, 主要从事水文地质教学和科研工作。E-mail: jshao@cugb.edu.cn

一个可行且高效的地下水人工回灌系统并非易事。用传统的试错法或线性规划法已无法求得回灌方案的最优解。因此,本文基于遗传算法开发了地下水人工回灌系统优化模型,用智能优化算法来解决复杂条件下的系统最优化问题。

和地下水有关的最优化问题的研究很多^[5]。例如,地下水环境修复设计、地下水污染源确定问题及海水入侵防治等领域都有相关研究^[6-10]。但是,针对地下水人工回灌系统优化问题的研究很少见到。本文的最优化目标是在满足水力条件及入渗能力等限制条件的情况下,使人工回灌水量最大化。为此,开发了一个带有自适应的适应度评价函数和罚函数的优化模型。并利用 Fortran 语言开发了遗传算法来求解该优化模型。

1 研究方法

1.1 优化模型

地下水人工回灌系统利用一定量的回灌设施将地表水回灌到含水层中,人工增加含水层的补给资源量。因此,该优化模型的目标是使回灌到含水层中的水量最大化。目标函数可表示为

$$\text{Maximize } Q_{\phi,t} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^T Q_{ij} \times \Delta t_j \quad (1)$$

式中: Q_{ij} 是决策变量,代表第 i 个回灌设施在时间 j 时的回灌量(L^3/T),回灌设施包括渗坑,渗井,以及河道,回灌量将在优化模型中自动生成与调整; Δt_j 表示 j 时间离散后对应的时间段长度(T)。

该优化问题的约束条件主要包括两个方面。第一个是回灌设施的最大入渗能力。另一个是地下水限高水位的限制。因此目标函数应符合以下约束:

$$0 < Q_{ij} \leq Q_{\max} \quad (i = 1, \dots, M) \quad (2)$$

$$H_{j,t} \leq H_j^{\text{limit}} \quad (j = 1, \dots, N) \quad (3)$$

式中: Q_{\max} 是每一个回灌设施的最大入渗速率,可通过现场试验和类比分析得出; $H_{j,t}$ 是数值模型预测的 t 时间在 j 位置的地下水水位值; H_j^{limit} 表示受土地利用和地质环境因素影响的地下水限高水位。

该优化模型耦合了地下水流数值模拟模型。优化模型产生的回灌方案由数值模型计算,计算出的地下水系统的响应值反馈给优化模型,作为优化模型的约束条件。优化模型的优化过程由遗传算法求解。

1.2 地下水流数值模拟模型

为预测地下水系统对人工回灌方案的响应,建立了区域非稳定地下水流模型。模拟区为永定河冲洪积扇中上部,位于北京西山东侧,由几十米到数百米不等的第四系沉积物组成。下伏一系列不透水的古生代和中生代地层。从西北到东南,随着沉积厚度逐渐厚,沉积物颗粒大小逐渐变细,含水层由单层卵砾石逐渐过渡为多层砂和黏性土互层(图 1,图 2)。研究区为一个相对独立的水文地质单元,具有良好的地下水调蓄条件,是北京城区重要的供水水源地。基于现状水位和地下水调蓄限制水位,计算出的调蓄空间约为 8.7 亿 m^3 ^[11]。

模型可分为 3 层,第一层为潜水含水层,其他两层为承压水含水层,各层结构、水文地质参数及源汇项根据以往研究成果确定^[12]。西部山前定义为流量边界,流量根据前人

研究成果确定^[13]。北侧和西南侧与地下水流向垂直,可定义为零通量边界。东侧边界为地下水流场边界,定义为通用水头边界^[14]。边界处水头值根据实测数据给定。

含水系统对人工回灌方案的水力响应可由地下水渗流基本方程描述(式 2)。该偏微分方程描述了地下水在多孔介质中的运动。

$$\frac{\partial}{\partial x} (K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} (K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z}) - W = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (4)$$

式中: K_{xx} , K_{yy} , 及 K_{zz} 分别是 x , y , z 方向的渗透系数值(L/T); h 是测压水头(L); W 是单位体积的水流量的体积通量,代表着含水系统的源汇项($1/T$); S_s 是储水率($1/L$); t 是时间(T)。

该方程由美国地质调查局(USGS)基于有限差分法开发的模块化三维饱和地下水流数值模拟模型(MODFLOW)求解。由于其模块化的模式设计特点,便于将其嵌入到其他模型中,且方便对不同的模块单独处理。

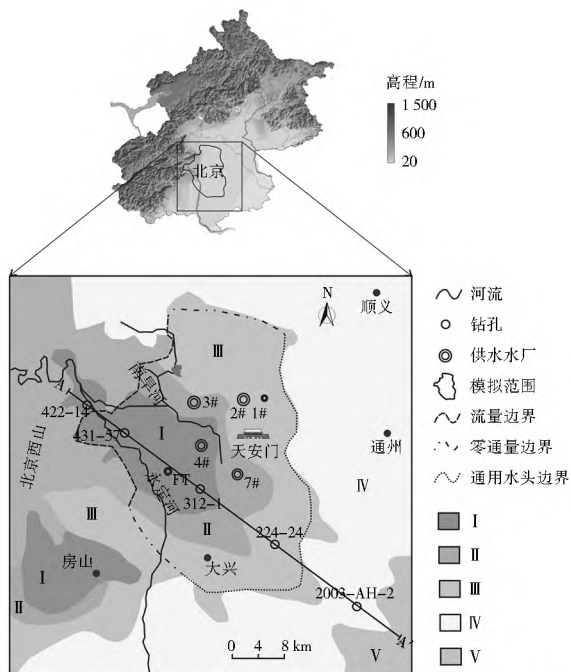


图 1 研究区范围和含水层特性分区
(含水层特性分区: I:单层卵砾石层,渗透系数 $K > 200 M/D$; II:多层卵砾石层, $200 M/D > K > 100 M/D$; III:多层卵砾石和少数砂层, $K < 100 M/D$; IV:多层砂层和少数砾石层; V:多层砂层)

图 1 研究区范围和含水层特性分区
Fig. 1 Location and lithology of the study area

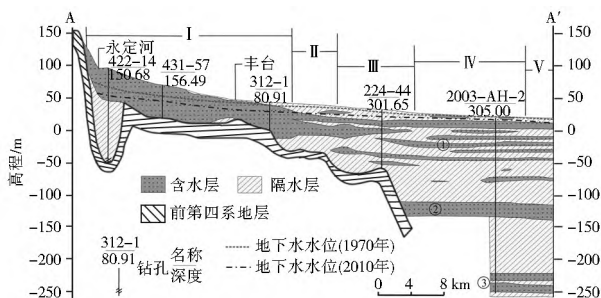


图 2 永定河冲洪积扇水文地质剖面
Fig. 2 Hydrogeological profile of the alluvial fan in the Yongding River

1.3 遗传算法求解

本文建立的优化模型由智能优化算法中的遗传算法

(GA) 求解。GA 是一种被广泛使用的进化式算法,它是基于自然选择和遗传学原理的随机选择过程。优化模型的求解过程见图 3。

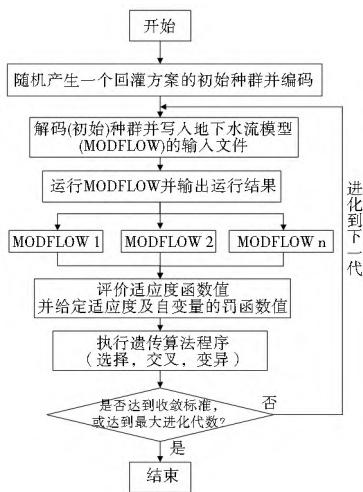


图 3 基于遗传算法的优化模型求解流程

Fig. 3 Flowchart of the GA based optimization model to determine the optimal operation of artificial recharge of groundwater

首先,优化模型随机产生一组初始种群并对其进行二进制编码,编码的长度决定了优化模型的精度。每组种群中包含很多个体,每一个个体都代表一种地下水人工回灌方案。由解码器将编码解译为地下水模型(MODFLOW)可以识别的输入文件。运行 MODFLOW。由于 GA 易于并行计算,本次研究尝试了开发了基于 OpenMP 的并行遗传算法,可以使多个线程同时运算多个 MODFLOW 程序。输出 MODFLOW 运行结果,包括观测孔水位,水均衡情况等。

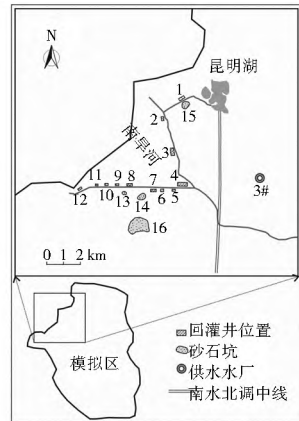
然后,由适应度函数计算个体的适应度。适应度值的大小决定了个体在种群中的适应性能,同时也决定了其在进化至下一代时被选择的概率。根据该优化模型的特征,适应度高的个体经常不符合约束条件。传统 GA 主要适用于无约束条件的最优化模型。因此,在使用 GA 时需要增加额外的方法来解决约束条件问题。该优化模型中使用了罚函数法,违反约束条件的个体将被赋给一个罚函数值,令其适应度降低,从而降低其被选择的概率。另外,由于个体违反约束条件的原因主要是由于回灌方案中的回灌量过大。因此,优化模型中也将给对应的自变量罚函数值,使其提高收敛速度。

最后,执行遗传算法过程,包括选择、交叉及变异。本文采用轮盘赌选择法。本次开发的优化模型中在适应度函数上增加了一个自适应系数。该系数会根据个体差异自动变化,当个体差异变小时,自适应系数会自动放大个体差异,以增加优势个体被选中的概率。执行完 GA 后,对运行结果进行判断,若适应度值达到收敛标准或达到最大进化代数,则结束循环;否则,进化到下一代,生成新的种群,再继续迭代优化。

2 结果与讨论

本文以北京永定河冲洪积扇地下水人工回灌系统为例,开展了相关优化研究工作。图 4 显示了研究区内潜在的地表入渗设施,包括 4 个砂石坑(西黄村砂石坑、廖公庄砂石

坑、北坞砂石坑和老山砂石坑)和一个干河道(南旱河)。此外,河道附近还可以修建一定数量的回灌井。根据前人的研究成果^[19],这些地表入渗设施的稳定入渗速率从 69 120 m³/d 到 432 000 m³/d 不等,60 m 深直径为 0.5 m 的回灌井的稳定入渗速率为 0.05 m³/d。



(13至16分别为西黄村砂石坑、廖公庄砂石坑、北坞砂石坑和老山砂石坑)

图 4 地表入渗设施和入渗井分布

Fig. 4 Distribution of the recharge facilities and well fields

大部分前人研究中,将数值模拟模型中回灌设施的回灌水量处理为恒定不变的值。当模拟水位高于限定水位时,往往是通过缩短回灌时间控制水位的回升。实际操作过程中,回灌速率应是随时间变化的量,特别是当水位到达限高水位时,回灌水量应逐渐减少。减少的过程类似于定水头抽水过程。根据定降深井流公式,流量与时间呈对数关系。因此,本次研究将回灌速率表达为如下分段函数:

$$Q_i = \begin{cases} Q_{i\max} & t < t_j \\ (1 - a \ln(t - t_j + b)) Q_{i\max} & t \geq t_j, a > 0, b > 1 \end{cases} \quad (5)$$

式中: Q_i 是回灌设施 i 在时间 t 时的回灌速率; $Q_{i\max}$ 是回灌设施 i 的最大回灌速率; t_j 是水位达到限高水位的时间; a 和 b 是需要优化模型求解的系数。

优化模型中设计了两个人工回灌方案。第一个仅考虑使用地表入渗设施;为了将更多水量回灌至含水层中,第二个回灌方案中增加了一定量的回灌井。限高水位约束下的回灌速率以及回灌设施的位置将通过基于 GA 的优化模型确定。

模型预测的 2015 年水位作为优化模型的初始水位。回灌时间设定为 6 个月(2015 年 5 月 1 日到 2015 年 10 月 31 日),这段时间大气降雨相对集中,地表水相对富余的可能性较大。

2.1 优化模型求解结果

优化模型中,初始种群由模型随机产生。最大遗传代数(M)设置为 300,种群大小为 400,选择概率和变异系数分别为 0.80 和 0.05。由图 5 可以看出,优化模型目标函数最大值在 100 代后基本已达到稳定,平均值在 150 代左右基本稳定,最小值在 300 代内也可以达到稳定状态。说明优化模型已基本求得最优解,而且与其他类似优化模型相比,该优化模型求解的收敛速度较快。

从优化结果对比图可以看出(图 6),与原始模型相比(郝奇琛等, 2012),方案一和方案二总回灌量分别从 127.42 ×

10^6 m^3 和 $243.48 \times 10^6 \text{ m}^3$ 增加到 $140.46 \times 10^6 \text{ m}^3$ 和 $275.55 \times 10^6 \text{ m}^3$, 分别增加了 10.23% 和 13.17%。由于方案二中考虑了回灌井, 优化问题变得更加复杂, 更能体现出优化模型的优越性能, 因此方案二的优化效果比方案一更显著。

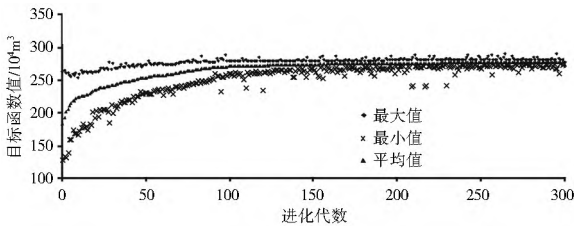


图 5 目标函数值随进化代数变化(方案二)

Fig. 5 Variation of objective function values with generations

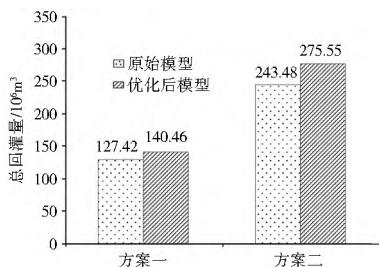


图 6 回灌方案优化结果对比

Fig. 6 Comparison of optimized and original recharge rates under two schemes

2.2 回灌设施优化结果

经模型优化, 部分回灌设施或回灌井的回灌速率将减少。从图 7 可以看出, 回灌井位置 1、2 和砂石坑 14(廖公庄砂石坑)、16(老山砂石坑) 处的回灌速率在限高水位的约束下将逐渐减少, 回灌位置 1 最小将减少为初始回灌速率的 5%。模拟结果显示, 优化后的观测孔模拟水位均未超过限高水位(图 8)。

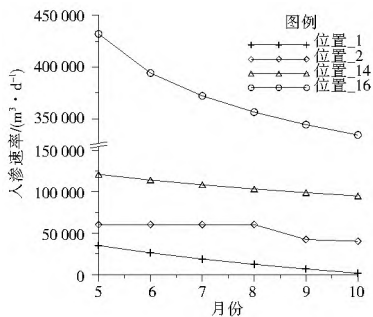


图 7 部分回灌设施优化后的回灌速率(方案二)

Fig. 7 Optimized recharge rates after the optimization in parts of facilities and well fields(scheme 2)

回灌设施规模越大, 其回灌速率也越大, 在优化模型中回灌速率被改变的可能性也越大。通过类比法确定的老山砂石坑的入渗速率为 $4.32 \times 10^5 \text{ m}^3/\text{d}$ 。如果将如此多的水量长时间回灌到含水层中, 多个观测孔的水位都将超过限高水位。经模型优化, 老山砂石坑的回灌速率将从 $4.32 \times 10^5 \text{ m}^3/\text{d}$ 逐渐变为 $3.34 \times 10^5 \text{ m}^3/\text{d}$ 。从观测孔 16(图 8) 可以看出回灌点附近地下水水位将急剧上升, 后逐渐趋于平缓, 且不会超过限高水位, 停止回灌后, 水位迅速下降。

回灌设施的相对位置对其回灌速率也存在间接影响。见图 4, 回灌位置 1 和回灌位置 15(北坞砂石坑) 相距仅 110 m。在北坞砂石坑的影响下, 回灌位置 1 的回灌速率将从 $35058 \text{ m}^3/\text{d}$ 逐渐减小为 $1783 \text{ m}^3/\text{d}$, 减少了 95%。从经济成本的角度上考虑, 回灌位置 1 已不再适合作为优化方案中的备选回灌位置。

然而, 地下水限高水位有时并不一定是地下水人工回灌的唯一限制。从观测孔 11 可以看出(图 8), 人工回灌后的水位距限高水位还有很大距离, 最大可达 20 m。说明该情况下, 其他限制因素, 如土地利用情况、回灌设施的入渗能力而不是限高水位, 将可能成为地下水人工回灌的主要限制因素。

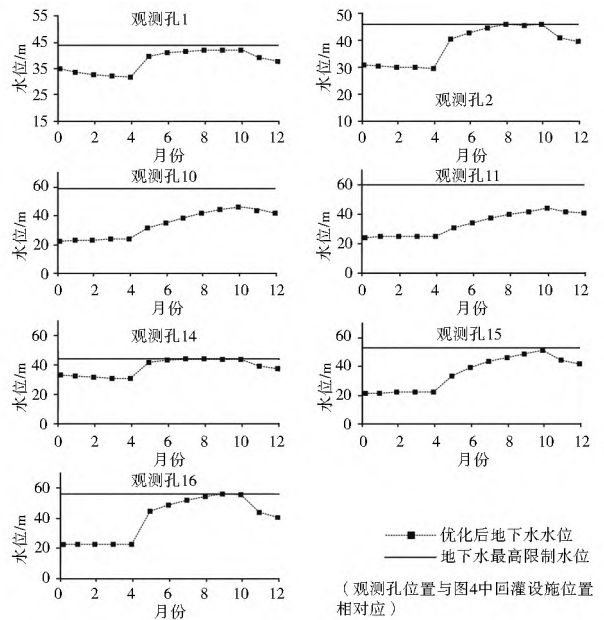


图 8 优化后的部分观测孔水位变化(方案二)

Fig. 8 Variation of groundwater levels after the optimization(scheme 2)

2.3 优化方案回灌效果

实施地下水人工回灌后, 含水层水位将大幅上升(图 9), 与无回灌情况对比, 两种回灌方案情况下, 地下水水位最大将升高 26 m, 位于老山砂石坑回灌点。为方便表示, 以水位上升 0.5 m 等值线覆盖的范围作为水位恢复的影响范围。实施地下水人工回灌措施后, 地下水水位恢复影响范围分别 127.56 km^2 (方案一)、 163.12 km^2 (方案二)。一段时间后水位恢复影响范围仍会进一步扩大, 包括水源三厂在内的多个供水水厂都将在影响范围之内。

表 1 列出了在不同方案条件下与无回灌条件下地下水均衡情况对比。经计算, 方案一和方案二地下水均衡差将由 $-94.35 \times 10^6 \text{ m}^3$ 分别增加为 $43.21 \times 10^6 \text{ m}^3$ 和 $174.00 \times 10^6 \text{ m}^3$, 地下水人工回灌将改变含水层均衡状态, 有效增加含水层储存资源量。方案二条件下, 人工回灌将成为含水层最主要的补给来源, 占总补给量的 41.55%, 人工补给将成为补给含水层的有效途径之一。由于研究区潜水位埋深相对较深, 即使实施人工回灌措施后, 地下水水位也不会高于地下水蒸发极限埋深, 地下水蒸发量依然为零。总之, 在短时间内, 人工回灌的水资源将大部分存储在含水层中, 含水层储存资源量也因此而有效增加。

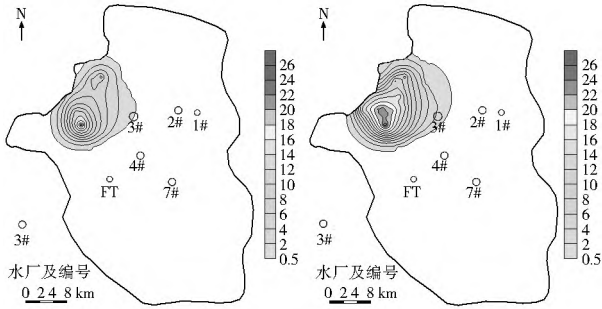


图9 回灌期结束后地下水水位与无回灌情况对比

Fig.9 Comparison of groundwater levels after and without artificial recharge

表1 不同方案条件下地下水均衡情况

Tab.1 Groundwater balance under different schemes

均衡项	无回灌		方案一		方案二	
	补给量 / 10 ⁶ m ³	比例 (%)	补给量 / 10 ⁶ m ³	比例 (%)	补给量 / 10 ⁶ m ³	比例 (%)
降雨入渗	181.53	46.83	181.53	34.37	181.53	27.37
灌溉回渗	15.56	4.02	15.56	2.95	15.56	2.35
管网渗漏	62.23	16.05	62.23	11.78	62.23	9.38
边界流入	67.00	17.28	67.00	12.69	67.00	10.10
河谷潜流	61.31	15.82	61.31	11.61	61.31	9.24
人工回灌	0.00	0.00	140.46	26.60	275.55	41.55
总补给	387.63	100.00	528.09	100.00	663.18	100.00
人工开采	405.81	84.20	405.81	83.69	405.81	82.96
边界流出	76.16	15.80	79.07	16.31	83.36	17.04
蒸发	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
总排泄	481.98	100.00	484.88	100.00	489.18	100.00
均衡差	-94.35		43.21		174.00	

3 结论

在地下水超采区,实施地下水人工回灌是有效增加含水层补给资源量的重要方法之一。为了使回灌到含水层中的水量最大化,需要将回灌设施的回灌速率构建为一个非线性规划问题。本次研究以北京永定河冲洪积扇地下水人工回灌系统为例,开发了一个智能优化模型,该优化模型嵌入了地下水流模型(MODFLOW)。求解结果显示,开发的智能优化模型能高效求得该问题的最优解。可为地下水人工回灌系统设计提供技术支持。

该优化模型由遗传算法求解,优化模型中对遗传算法使用了罚函数法,将限定条件下的最优化问题转变为无限定条件下的最优化问题。不仅解决了遗传算法不能求解约束条件下最优解的问题,同时提高了优化模型求解效率。

和原始模型相比,优化后的人工回灌方案的回灌效果更加显著。方案一和方案二总回灌量分别从 127.42×10⁶ m³ 和 243.48×10⁶ m³ 增加至 140.46×10⁶ m³ 和 275.55×10⁶ m³。且优化后的水位均没有超过限高水位的限制。说明本文提出的方法可以优化求解出更加高效合理的人工回灌方案。

经模型预测,优化方案条件下地下水水位将大幅升高。水位恢复的覆盖范围将包括水源三厂在内的多个供水源地。实施人工回灌方案后,有效增加地下水补给资源量的同时,短时间内并未引起排泄量的大量增加。人工回灌将有效增加含水层的储存资源量。

参考文献(References):

- [1] Oki T, Kanae S. Global hydrological cycles and world water resources [J]. Science, 2006, 313(5790): 1068-1072.
- [2] Al Assa'd T A, Abdulla F A. Artificial groundwater recharge to a semi arid basin: case study of Mujib aquifer, Jordan [J]. Environmental Earth Sciences, 2010, 60(4): 845-859.
- [3] Peters J, Ji D. Experiences with Artificial Recharge of Groundwater in the Netherlands [J]. Proceedings of the 4th International Yellow River Forum on Ecological Civilization and River Ethics, 2010, 1: 35-40.
- [4] Wright A, du Toit I. Artificial Recharge Of Urban Wastewater, The Key Component In The Development Of An Industrial Town On The Arid West Coast Of South Africa [J]. Hydrogeology Journal, 1996, 4(1): 118-129.
- [5] Gorelick S M. A review of distributed parameter groundwater management modeling methods [J]. Water Resources Research, 1983, 19(2): 305-319.
- [6] ZHENG C M, WANG P P. An integrated global and local optimization approach for remediation system design [J]. Water Resources Research, 1999, 35(1): 137-148.
- [7] Aral M M, Guan J B, Maslia M L. Identification of contaminant source location and release history in aquifers [J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2001, 6(3): 225-234.
- [8] Abarca E, Vazquez Sune E, Carrera J, et al. Optimal design of measures to correct seawater intrusion [J]. Water Resources Research, 2006, 42(9): 1-14.
- [9] Cheng A H D, Halhal D, Naji A, et al. Pumping optimization in saltwater intruded coastal aquifers [J]. Water Resources Research, 2000, 36(8): 2155-2165.
- [10] Mantoglou A, Kourakos G. Optimal groundwater remediation under uncertainty using multi objective optimization [J]. Water Resources Management, 2007, 21(5): 835-847.
- [11] 崔瑜, 李宇, 谢振华, 等. 北京市平原区地下水养蓄控告水位及其约束下的地下水库调蓄空间计算 [J]. 城市地质, 2009, 4(1): 11-17. (CUI Yu, LI Yi, XIE Zhen hua, et al. Research about restricted groundwater surface and regulated capacity of groundwater reservoirs in the Beijing plain [J]. Urban Geology, 2009, 4(1): 11-17. (in Chinese))
- [12] 郝奇琛, 邵景力, 谢振华, 等. 北京永定河冲洪积扇地下水人工调蓄研究 [J]. 水文地质工程地质, 2012, 39(4): 12-18. (HAO Qi chen, SHAO Jing li, XIE Zhen hua, et al. A study of the artificial adjustment of groundwater storage of the Yongding River alluvial fan in Beijing [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2012, 39(4): 12-18. (in Chinese))
- [13] 北京市水文地质工程地质大队. 北京地下水 [M]. 北京: 中国大地出版社, 2008. (Hydrogeology and Engineering Geology Team of Beijing. Groundwater in Beijing [M]. Beijing: China Land Press, 2008. (in Chinese))
- [14] McDonald, M. G., Harbaugh, A. W. A modular three dimensional finite difference groundwater flow model [R]. Techniques of Water Resources Investigations, US Geological Survey, 1988, Book 6, Chapter A1.
- [15] 刘家祥, 蔡巧生, 吕晓俭. 北京西郊地下水人工回灌试验研究 [J]. 水文地质工程地质, 1988, 15(3): 1-6. (LIU Jia xiang, CAI Qiao sheng, LV Xiao jian. Study on the artificial recharge test in the west suburb of Beijing [J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 1988, (3): 1-6. (in Chinese))