

水沙数学模型在萧山史家桥河的应用

吴静¹, 李斌¹, 洪佳¹, 唐毅¹, 王永贵²

(1. 浙江省水利科技推广与发展中心, 杭州 310012; 2. 武汉大学 资源与环境科学学院, 武汉 430079)

摘要: 为解决萧山史家桥河河道淤积问题, 提出了在整治的河道前段设置沉砂池的方案, 以实现沉降泥沙, 净化水质的目的。通过采用水流泥沙数学模型, 在史家桥河实测水文泥沙数据和沉砂池初步设计方案等条件的基础上, 模拟分析了引水后沉砂池内泥沙的运动变化规律。结果表明: 引水后, 沉砂池内含沙量呈现先上升后下降的趋势, 且右岸的淤积较明显。该模型应用可为本区域今后沉砂池的优化及河道整治提供技术支持。

关键词: 史家桥河; 水流泥沙模型; 沉砂池; 模拟

中图分类号: TV 145 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672 1683(2015) 01-0132-04

Application of flow and sediment model in the Shijiaqiao River of Xiaoshan District

WU Jing¹, LI Bin¹, HONG Jia¹, TANG Yi¹, WANG Yong-gui²

(1. Center of Popularization and Development for Water Resources Science and Technology, Hangzhou 310012, China;

2. School of Resource and Environmental Sciences, Wuhan University, Wuhan 430079, China)

Abstract: To solve the problem of channel deposition in the Shijiaqiao River due to water diversion of the Qiantang River, the design scheme with grit chamber is considered to be applied to settle the sediment and purify the water quality. Based on the actual measured hydrological data of the Qiantang River and Shijiaqiao River as well as the preliminary design scheme of grit chamber, the sediment movement in the grit chamber was simulated and analyzed using the flow and sediment model after the settling basin was established. The results showed that sediment concentration increases first and then decreases, and sedimentation on the right bank is more obvious. The research can provide technical support for the future optimization of grit chamber and river regulation project.

Key words: Shijiaqiao River; flow and sediment model; grit chamber; simulation

水流泥沙数学模型作为研究和解决河流、水库和近海等水域的水流泥沙运动的有效工具, 已得到了较为普遍的应用^[1-5], 运用水流泥沙数学模型模拟泥沙在水流中的运动规律和河床的演变规律是治理泥沙问题的重要举措之一。

萧山史家桥河河段局部狭窄、桥梁阻水严重、河道侵占现象较为突出, 沿线截污纳管建设滞后、大量生活垃圾随意丢弃在沿河周边, 造成水流不畅、水质恶化。因此, 浙江省实施了钱塘江引水排沙技术综合整治工程, 完善区域排涝格局和城区配水系统, 沟通湘湖与城区的主要水域, 改善沿线生态环境和区域旅游交通系统。本文拟基于钱塘江史家桥河工程规划, 通过数学模型模拟分析引水后, 沉砂池内泥沙沉降变化及下游河道冲淤变化的影响, 为河道工程整治的相关论证提供技术支撑。

1 平面二维水沙数学模型

对于平面二维水沙数学模型的研究, 国内外都有了较深入的研究及成果报道, 如国外的 Spasojevic 和 Holly^[6] 开发的 MOBED2 模型, 它是一个有限的水动力和泥沙运输模型, 模型中的最大特点是使用了曲线坐标系统该模型十分适合模拟天然河道的水流、泥沙输移和河床演变; Lee 等^[7] 研发的 USTARS 模型等, 它在一维模型 GSTARS 的基础上将流体力学和沉积物方程利用有限差分法在直线坐标系中求解得出的二维模型。国外的这些模型大部分采用平衡输沙的模型, 主要适用于少沙和粗沙河流。在借鉴国外泥沙经验的基础上, 根据国内河流河道实际特点, 国内学者也做了很多研究, 如李义天^[8] 的适合复杂边界河床变形计算的平面二维

收稿日期: 2014-05-12 修回日期: 2014-11-12 网络出版时间: 2014-12-03

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20141203.1351.022.html>

基金项目: 浙江省科技计划项目“钱塘江引水工程排沙技术研究”(RB1209)

作者简介: 吴静(1989-), 女, 安徽黄山人, 主要从事水环境和水利信息等方面的研究工作。E-mail: wuj07@zjwater.gov.cn

通讯作者: 唐毅(1964-), 男, 浙江丽水人, 教授级高级工程师, 主要从事水利工程和泥沙数学模型等方面研究工作。E-mail: tangy@zjwater.gov.cn

泥沙数学模型,韩其为等^[9-10]针对水库淤积与河床演变的数学模型,张万顺等^[11-12]考虑泥沙输移、沟床变形等动力学过程,基于水动力学理论、水沙两相混合流理论和宾汉体模型理论建立了适用于模拟泥石流在天然沟道中的运动和冲淤过程的二维数值模型。

平面二维数学模型系统包括了水流连续性方程和水流运动方程、悬移质输沙方程、河床变形方程及床沙级配调整方程等^[13-15]。本次计算采用的河流泥沙数学模型是一维和二维耦合的模型,其一维模型计算结果可作为二维模型的边界条件,该模型可以模拟工程河段河床冲淤过程,分析工程江段的河床演变规律,同时已在三峡库区涪陵段、桃花江资水干流修山水库库区河段、河南南阳鸭河口水库等工程项目中得到了成功应用。

1.1 基本方程

(1) 水流连续性方程。

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial(h+z)u}{\partial x} + \frac{\partial(h+z)v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

(2) 水流运动方程(守恒型)。

$$\frac{\partial hu}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(huu) + \frac{\partial}{\partial y}(huv) + gh \frac{\partial z}{\partial x} + g \frac{n^2 u}{(h+z)^{1/3}} \sqrt{u^2 + v^2} = \frac{\partial}{\partial x}(hY \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(hY \frac{\partial u}{\partial y}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial hv}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(huv) + \frac{\partial}{\partial y}(hvv) + gh \frac{\partial z}{\partial y} + g \frac{n^2 v}{(h+z)^{1/3}} \sqrt{u^2 + v^2} = \frac{\partial}{\partial x}(hY \frac{\partial v}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(hY \frac{\partial v}{\partial y}) \quad (3)$$

(3) 悬移质输沙方程(对流扩散方程)。

$$\frac{\partial s_i}{\partial t} + u \frac{\partial s_i}{\partial x} + v \frac{\partial s_i}{\partial y} = \epsilon_s (\frac{\partial^2 s_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s_i}{\partial y^2}) + \alpha \omega_i (s_i^* - s_i) \quad (4)$$

(4) 悬移质河床变形方程。

$$\rho_s \frac{\partial z_{si}}{\partial t} = \alpha_s \omega_i (s_i - s_i^*) \quad (5)$$

(5) 推移质河床变形方程。

$$\rho_b \frac{\partial z_{bi}}{\partial t} + \frac{\partial q_{bi}}{\partial x} + \frac{\partial q_{bi}}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

(6) 床沙级配调整方程。

$$\rho_s \frac{\partial E_m P_{mi}}{\partial t} + \alpha_s \omega_i (s_i^* - s_i) + \frac{\partial q_{bi}}{\partial x} + \frac{\partial q_{bi}}{\partial y} + [\epsilon_1 P_{mi} +$$

$$(1 - \epsilon_1) P_{mi,0}] \rho_s (\frac{\partial z}{\partial t} - \frac{\partial E_m}{\partial t}) = 0 \quad (7)$$

式中: h 为垂线水深; z 为相对某一基准面的水位; n 为糙率系数; g 为重力加速度; ω_i 为泥沙沉速; s_i 、 z_{si} 、 z_{bi} 分别为悬移质和推移质引起的河床冲淤厚度;下标*i*表示第*i*粒径组泥沙; ρ_s 与 ρ_b 分别为悬移质和推移质淤积物的干密度; d 为泥沙粒径; u 和 v 分别为*x*和*y*方向的垂线平均流速分量; S_i^* 为水流挟沙力; ν 为紊动黏滞系数; ϵ_s 为泥沙扩散系数; α_s 为悬移质泥沙恢复饱和系数; q_{bx} 和 q_{by} 分别为*x*和*y*方向上的推移质单宽输沙率,采用窦国仁公式进行计算; E_m 为混合层厚度,当混合层在冲刷过程中涉及到原始河床时 $\epsilon_1 = 0$,否则 $\epsilon_1 = 1$, $P_{mi,0}$ 表示原始床沙级配。

阻力公式:阻力计算的正确与否,直接影响到水力计算的结果精度,进而影响到含沙量及河床变形的计算结果,通过分析实测资料,得到糙率沿河宽分布。

挟沙力公式:水流挟沙力一般与 V 、 h 等因素有关,二维床沙质挟沙力公式为

$$S_n^* = K \left(\frac{V^3}{gh\omega_n} \right)^m \quad (8)$$

式中: $V = \sqrt{u^2 + v^2}$; m 为断面挟沙力系数,由 $K \sim V^3/gh\omega$ 关系曲线确定,分组挟沙力由总挟沙力乘以悬移质挟沙力级配得到。

1.2 初值条件与边界条件

初值条件包括:流速(u, v)、水位 η 、悬移质分组含沙量、床沙级配 $P_{mi,0}$ 以及初始地形。

边界条件包括:上游进口的流量、流速、悬移质分组含沙量、推移质分组输沙率;下游出口的水位(直接给出,或以水位流量关系确定),其余变量满足出口断面法向梯度为零;堤岸或固壁的(u, v) = 0, s, z, q 沿河岸边法向导数为0。

2 模型的率定和验证

2.1 计算条件

(1) 地形资料。

钱塘江段采用2007年4月实测地形资料,计算范围上至富春江大坝,下至钱塘江入海口乍浦段的钱塘江河段;萧山引水河段采用2007年新开河和史家桥河河段地形资料。

(2) 水文条件。

采用2007年实测的钱塘江、浦阳江和闸口站潮位实测资料作为验证和计算上游来流的水文条件,其中浦阳江和闸口站流量取2007年全年逐时实测数据。钱塘江和浦阳江的流量对应的下游潮位取2007年的钱塘江入海口乍浦站的为边界条件,钱塘江闸口站全年逐时的数据为水文验证数据。

(3) 泥沙粒径和级配。

依据钱塘江相关河段的泥沙粒径和级配实测值和经验值,经过合理的配置和优化,将粒径分为11组,得到模型中使用的泥沙粒径和级配见表1。模拟中,基于优化后的粒径组,结合钱塘江区域状况,对每个断面的粒径进行调整赋值。

表1 模型所使用的泥沙级配与粒径

分组	粒径/mm	级配	累积级配
1	0.002 5	0.026	0.026
2	0.003 5	0.06	0.086
3	0.005	0.008	0.094
4	0.008	0.047	0.141
5	0.01	0.038	0.179
6	0.015	0.081	0.26
7	0.02	0.033	0.293
8	0.025	0.1	0.393
9	0.03	0.269	0.662
10	0.045	0.337	0.999
11	0.051	0.001	1

(4) 含沙量。

钱塘江泥沙受入海口潮水的影响巨大,根据部分实测含沙量资料及相关河段泥沙数据分析,获得本次模拟计算的下游潮水含沙量。泥沙验证数据采用小砾山引水工程5月小

潮期和 8 月大潮期的含沙量数据。两个不同潮位下,小砾山引水工程附近的含沙量与水深变化情况见图 1、图 2。

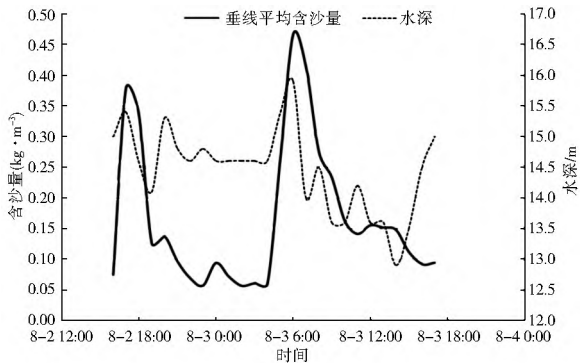


图 1 大潮期小砾山附近河道水深和含沙量

Fig. 1 Water depth and sediment concentration near Xiaolishan during the spring tide

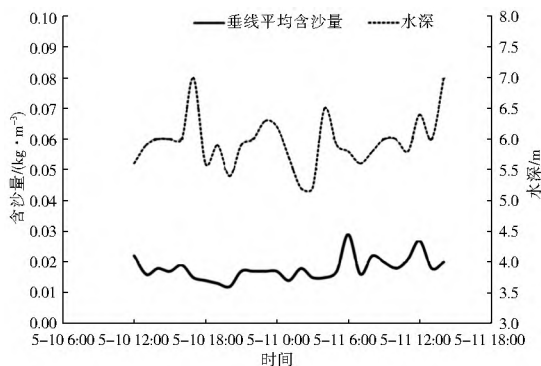


图 2 小潮期小砾山附近河道水深和含沙量

Fig. 2 Water depth and sediment concentration near Xiaolishan during the neap tide

2.2 模型率定和验证

二维水沙数学模型验证计算包括水位、流速验证的水动力学验证和含沙量验证等。以潮位验证为例:本次计算以 2007 年实测上游流量与下游潮位值作为条件,对闸口站潮位进行验证,得到 9 月-12 月潮位模拟值与实测值的验证结果(图 3),可以看出,验证断面潮位的实测值与模拟值吻合较好,说明模型精确度较高,同时该情况下率定和验证获得河道糙率变化范围为 0.010~0.015,平均值为 0.012。



图 3 闸口站潮位验证

Fig. 3 The tide verification at the Zhakou station

3 模型计算

3.1 计算方案

利用一维模型模拟钱塘江至河口(乍浦断面)的河势变化,利用二维模型模拟从钱塘江引水的小砾山排灌站以下的

史家桥河段(沉沙池)河床冲淤过程。其中一维模型计算将计算范围划分为 203 个断面、12 个河段。一维河道断面概化见图 4。

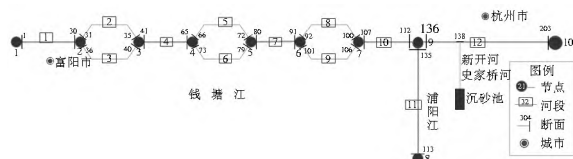


图 4 一维河道断面概化图

Fig. 4 Schematic of one dimensional river cross section

在潮位计算的基础上,采用网格加密的二维模型计算小砾山排灌站至沉沙池的水沙状况;二维网格从小砾山排灌站经新开河与史家桥河至沉沙池,全长约 6 km,河道平均宽度为 40 m,网格边长为 5~8 m。按照相关资料和《水利水电沉沙池设计规范 SL 269-2001》进行沉沙池的预设计,设计的沉沙池长 L ,底部宽为 W ,底部高程 Z_b ,边坡角度为 α ,深度为 H 。基于新开河和史家桥河的地形特征、沉沙池的设计样式,以及综合考虑施工和周围土地等因素,暂定 $H = 5\text{ m}$, $Z_b = 0$, $W = 120\text{ m}$, $L = 270\text{ m}$, $\alpha = 60^\circ$ 。二维模型计算网格见图 5,沉沙池的三维效果见图 6。



图 5 二维模型计算网格

Fig. 5 Computational grid of the two dimensional model

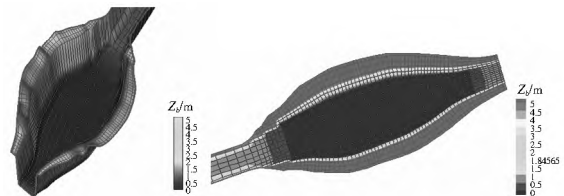


图 6 沉沙池地形效果网格

Fig. 6 The grid of terrain scenes of grit chamber

3.2 沉沙池的水流计算

在沉沙池内入口、中部和出口设置 5 个观测断面共 20 个观测点,分析沉沙池内水位、流速的变化情况,观测点位置见图 7。利用数学模型计算在大中潮位情况下,沉沙池的水流变化情况。以 1 断面为例,从断面观察点的流速分布图(图 8)可以发现,j、k、l、m、n 个断面均表现出 2 号、3 号监测点流速大于 1 号、4 号点。

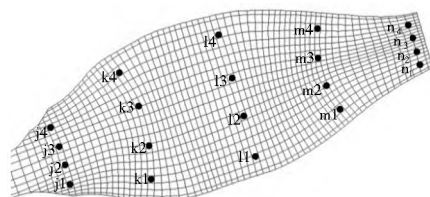


图 7 观测点位置

Fig. 7 Location of the observation points

沉沙池进口即引水闸断面的流速较大,变化范围为 0.011~0.094 m/s,平均为 0.065 m/s;而中间因水道变宽而

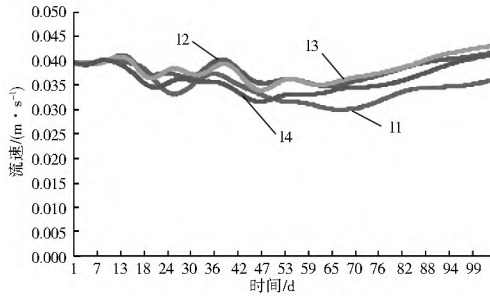


图 8 1 断面观察点的流速变化

Fig. 8 Velocity variations at the observation points of section I

流速减缓, 沉沙池中间断面 k、l、m 观察断面两端 1 号、4 号点的流速变化范围分别为 0.039~0.061 m/s、0.029~0.041 m/s 和 0.024~0.041 m/s, 中间 2 号、3 号点的流速变化范围分别为 0.048~0.062 m/s、0.033~0.043 m/s 和 0.029~0.042 m/s; 沉沙池出水口又因断面变窄而水流加速, 达到 0.018~0.038 m/s, 平均为 0.025 m/s。图 9 为沉沙池在引水 1 d 后沉沙池的流场分布图, 反映了流速的空间变化, 可以看出中心处相对于两端出口处的流速低, 这样有利于泥沙在沉沙池的沉降较。

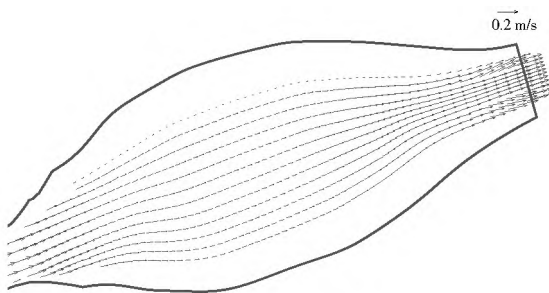


图 9 沉沙池在引水 1 d 后流场分布

Fig. 9 Distribution of flow velocity in the grit chamber after one day diversion

3.3 沉沙池内淤积变化

(1) 淤积厚度。

分别对沉沙池 50 d 和 150 d 的泥沙淤积量进行分析, 发现随着时间的积累, 沉沙池泥沙的厚度不断增加; 沉沙池中流速降低, 淤积明显, 同时受地转偏向力的影响, 右岸的泥沙淤积比左岸更加明显, 详见图 10、图 11。

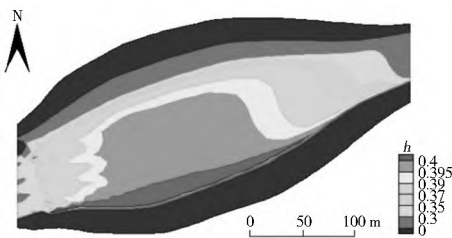


图 10 50 d 后泥沙淤积厚度

Fig. 10 The depth of sediment deposition after 50 days

(2) 淤积量。

通过对沉沙池的结构构造、河段水文情势泥沙量进行分析, 依据以上的泥沙淤积厚度、水深计算其沉降率、沉降量和进入引水道沙量, 可以发现, 随着时间的增加, 淤积厚度越来越大, 年平均淤积厚度为 1.4 m 左右; 随着流速的增加, 河流

的携沙率加大, 沉降率会降低, 年均沉降率为 50% 左右。

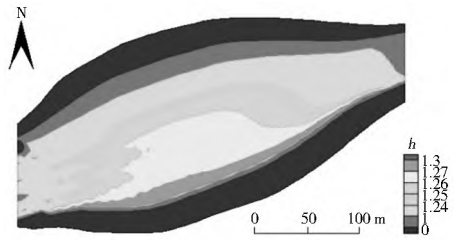


图 11 150 d 后泥沙淤积厚度

Fig. 11 The depth of sediment deposition after 150 days

3.4 小结

通过平面二维河流水沙数学模型的模拟计算可得如下结果。

(1) 沉沙池引水后, 一段时间内, 沉沙池内含沙量会逐步上升, 但到了一定的浓度后, 随着沉沙池中泥沙的沉积, 沉沙池水体含沙量会下降。

(2) 沉沙池引水后, 泥沙主要沉积部位在引水断面和出口断面相连的中间连线上, 随着时间推移, 在地转偏向力的影响下, 右岸的泥沙淤积比左岸更加明显。

(3) 随着时间的增加, 沉沙池内淤积厚度越来越深, 年平均淤积厚度为 1.4 m 左右; 随着流速的增加, 河流的携沙率加大, 沉降率会降低。

参考文献(References):

- [1] 李德韶. 长江泥沙的一般特性[J]. 人民长江, 1957(1): 36-40. (LI De shao. General characteristic of sediment in Yangze River [J]. Yangze River, 1957(1): 36-40. (in Chinese))
- [2] 胡向阳. 三峡工程泥沙研究进展综述[J]. 人民长江, 2000(1): 22-25. (HU Xiang yang. Progress in sediment research of TGP r [J]. Yangze River, 2000(1): 22-25. (in Chinese))
- [3] Harrison A S. Deposition at the Heads of Reservoirs, Proc. Fifth Hydraulic Conference, Bulletin 34, Iowa studies in Engineering, Iowa City, 1953.
- [4] Arome . Armanini, Giampaolo Di Silvio. A one dimensional model for the transport of a sediment mixture in nonequilibrium conditions[J]. Journal of Hydraulic Research, 1988, 26(3): 275-292.
- [5] Runkel R L, Broshears R E. OTIS: One dimensional transport with inflow and storage: A solute transport model for small streams[R]. CADSWES Technical Rep. 9F01, Univ. of Colorado, Boulder, Colo. 1991.
- [6] Spasojevic M, Holly F M. MOBED2: Numerical simulation of two dimensional mobile bed processes [R]. Technical Report No. 344, Iowa Institute of Hydraulic Research, Univ. of Iowa, Iowa City, Iowa. 1990.
- [7] Lee H Y, Hsieh H M, Yang J C, et al. Quasi two dimensional simulation of scour and deposition in alluvial channels[J]. J. Hydraul. Eng, 1997, 123(7): 600 - 609.
- [8] 李义天, 赵明登, 曹志芳. 河道平面二维水沙数学模型[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2001: 89-101. (LI Yi tian, ZHAO Ming deng, CAO Zhi fang. The plane two dimensional flow and sediment model for rivers [M]. Beijing: China WaterPower Press, 2001: 89-101. (in Chinese))

(下转第 139 页)

- and Building Materials, 2007, (21): 1918-1927.
- [4] 刘日鑫, 侯文顺, 徐永红. 废橡胶颗粒对混凝土力学性能的影响[J]. 建筑材料学报, 2009, 12(3): 341-344. (LIU Rixin, HOU Wen-shun, XU Yonghong. Effect of crumb rubber on the mechanical properties of concrete[J]. Journal of Building Materials, 2009, 12(3): 341-344. (in Chinese))
- [5] 管学茂, 张海波, 勾密峰. 表面改性对橡胶水泥石性能影响研究[C]. 中国硅酸盐学会水泥分会首届学术年会论文集, 2009: 272-277. (GUAN Xuemao, ZHANG Haibo, GUO Mifeng. Influence of surface modified rubber crumbs addition to portland cement paste[C]. The first Branch of the Chinese Ceramic Society Cement Conference Proceedings, 2009: 272-277. (in Chinese))
- [6] 马清文, 乐金朝, 姜燕. NaOH 预处理对橡胶混凝土力学性能的影响[J]. 中外公路, 2011, 31(6): 229-233. (Ma Qingwen, YUE Jinchao, JIANG Yan. Effect of sodium hydroxide pretreatment to mechanical properties of rubber concrete[J]. Journal of China and Foreign Highway, 2011, 31(6): 229-233. (in Chinese))
- [7] 董素芬, 姜丽, 田元艳. 硅烷偶联剂对橡胶集料水泥砂浆力学性能的影响[J]. 混凝土与水泥制品, 2012(5): 20-23. (DONG Sufen, JING Li, TIAN Yuanyan. Influence of silane coupling agent to mechanical properties of rubber cement mortar[J]. China Concrete and Cement Products, 2012(5): 20-23. (in Chinese))
- [8] KHATIB Z K, BAYOMY F M. Rubberized portland cement concrete[J]. J. Mater Civ Eng, 1999, 11(3): 206-213.
- [9] 熊杰, 郑磊, 袁勇. 废橡胶混凝土抗压强度试验研究[J]. 混凝土, 2000, 4(12): 40-42. (XIONG Jie, ZHENG Lei, YUAN Yong. Experimental study on compressive strength of rubberized concrete[J]. Concrete, 2000, 4(12): 40-42. (in Chinese))
- [10] 袁群, 冯凌云, 袁宾. 橡胶颗粒粒径和掺量对混凝土性能的影响[J]. 人民黄河, 2013, 85(2): 111-113. (YUAN Qun, FENG Lingyun, YUAN Bin. Research on the effects of particle size and mixed quantity of rubber pellet on fresh concrete's properties[J]. Yellow River, 2013, 85(2): 111-113. (in Chinese))
- [11] 黄少文, 徐玉华. 废旧轮胎胶粉对水泥砂浆力学性能的影响[J]. 南昌大学学报: 工科版, 2004, 26(4): 53-55. (HUANG Shaowen, XU Yuhua. Influence of scrap tire rubber powder on the mechanical properties of cement mortar[J]. Journal of Nanchang University: Engineering & Technology, 2004, 26(4): 53-55. (in Chinese))
- [12] 郭成举. 氯盐对于水泥浆和混凝土的危害作用[J]. 混凝土及加筋混凝土, 1985(4): 15-19. (GUO Chengju. The harmful effect of chloride salt to cement slurry and concrete[J]. Concrete and Reinforcement Concrete, 1985(4): 15-19. (in Chinese))
- [13] 李亚杰. 建筑材料[M]. 中国水利水电出版社, 2005, 9. (LI Yajie. Building materials[M]. China Water Power Press, 2005, 9. (in Chinese))
- [14] 王敏. 橡胶集料水泥砂浆的力学及建筑功能特性研究[D]. 北京工业大学, 2009. (WANG Min. The research on the mechanical properties and functional properties of crumb rubber cement mortar[D]. Beijing: University of Technology, 2009. (in Chinese))
- (上接第 135 页)
- [9] 韩其为, 何明民. 水库淤积与河床演变的一维数学模型[J]. 泥沙研究, 1987(3): 15-19. (HAN Qiwei, HE Mingmin. Mathematical Modeling of Reservoir Sedimentation and Fluvial Process[J]. Journal of Sediment Research, 1987(3): 15-19. (in Chinese))
- [10] 方红卫, 王光谦. 平面二维全沙泥沙输移数学模型及其应用[J]. 应用基础与工程学学报, 2000(2): 162-172. (FANG Hongwei, WANG Guangqian. Depth averaged 2D Numerical Simulation for Total Sediment Transport and its Application[J]. Journal of basic science and engineering, 2000(2): 162-172. (in Chinese))
- [11] 乔飞, 孟伟, 张万顺, 等. 人工采砂对东江干流局部河段河床冲淤的影响研究[J]. 泥沙研究, 2010(4): 65-69. (QIAO Fei, MENG Wei, ZHANG Wanshun, et al. Study on the effect of sand excavation on the local riverbed variation in the Dongjiang River[J]. Journal of Sediment Research, 2010(4): 65-69. (in Chinese))
- [12] 张万顺, 赵琰鑫, 崔鹏, 等. 沟道二维泥石流运动 and 冲淤数值模型研究[J]. 中国水土保持科学, 2012, 10(1): 1-5. (ZHANG Wanshun, ZHAO Yanxin, CUI Peng, et al. Two dimensional numerical model for debris flow motion and gully bed evolution[J]. Science of Soil and Water Conservation, 2012, 10(1): 1-5. (in Chinese))
- [13] 周建军, 林秉南, 王连祥. 平面二维泥沙数学模型研究及其应用[J]. 水利学报, 1993(11): 10-19. (ZHOU Jianjun, LIN Bingnan, WANG Lianxiang. A 2-D mathematical model of suspended sediment and its application[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 1993(11): 10-19. (in Chinese))
- [14] 刘晓丽. 平面二维水流泥沙数学模型的理论与应用[D]. 武汉: 武汉大学, 2011. (LIU Xiaoli. The Application of Two Dimensional Sediment Mathematical Model[D]. Wuhan: Wuhan university, 2011. (in Chinese))
- [15] 陆永军, 张华庆. 推移质运动的二维数学模型[J]. 水动力学研究与进展, 1994(3): 284-294. (LU Yongjun, ZHANG Huaqing. A 2-D mathematical model of Bedload Movement[J]. Journal of Hydrodynamics, 1994(3): 284-294. (in Chinese))