



DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2016.02.016

王家彪, 雷晓辉, 廖卫红, 等. 马斯京根模型改进新思路[J]. 2016, 14(2): 87-92, 37.

WANG Jia biao, LEI Xiao hui, LIAO Wei hong, et al. A new idea for modifications of the Muskingum routing model[J]. 2016, 14(2): 87-92, 37. (in Chinese)

# 马斯京根模型改进新思路

王家彪, 雷晓辉, 廖卫红, 王浩

(中国水利水电科学研究院 流域水循环模拟与调控国家重点实验室, 北京 100038)

**摘要:** 马斯京根模型基于水量平衡原理和线性槽蓄假定而建立, 模型自提出以来不断得到改进。归纳起来, 模型改进思路主要体现在水量平衡微分方程、槽蓄方程以及参数取值三方面。在已有模型改进思路基础上, 通过引入组合流量系数, 尝试构建新的马斯京根演进模型。模型以同一断面历史多时刻流量线性组合代替槽蓄方程中当前单时刻流量, 并采用微分进化算法进行模型参数率定。以滦河大黑汀水库以下至滦县河段为例, 分别选取不同量级的10次代表性水流过程进行模拟。结果表明, 模型模拟精度较未改进得到了提高。

**关键词:** 槽蓄; 改进; 参数率定; 示储流量; 组合系数; 微分进化

**中图分类号:** TV 121.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-1683(2016)02-0087-06

## A new idea for modifications of the Muskingum routing model

WANG Jia biao, LEI Xiao hui, LIAO Wei hong, WANG Hao

(State Key Laboratory of Simulation and Regulation of Water Cycle in River Basin, IWHR, Beijing 100038, China)

**Abstract:** Based on the principle of water balance and the hypothesis of linear channel storage, the Muskingum routing model has been established and modified all the time. In general, the modifications are mainly focused on the differential equation of water balance, the equation of channel storage, and the parameter calibration. On the basis of previous studies, this paper established a modified Muskingum model. In the modified model, the current single period flow was substituted for the combination of historical flows at the same cross section with the combination coefficient of flow. Then, the parameters were calibrated with the differential evolution algorithms. The reach of Daheiting Reservoir to Luanxian in Luanhe River was used as a case study, and 10 different flows were selected for simulating and demonstrating the validity of the proposed model. The results suggested the potential improvement in flow simulation.

**Key words:** channel storage; modification; parameter calibration; storage flow; combination of coefficient; differential evolution algorithms

马斯京根从水量平衡方程和槽蓄方程出发, 假定河段槽蓄由柱蓄和楔蓄两部分组成, 并与河段进出口断面流量满足线性关系。模型基本方程为:

$$dS(t)/dt = I(t) - Q(t) \quad (1)$$

$$S(t) = KQ'(t) = K(xI(t) + (1-x)Q(t)) \quad (2)$$

式中:  $K$  为槽蓄系数(s);  $x$  坦化系数, 无量纲;  $K$ 、 $x$  统称为演进系数;  $S(t)$  为河段  $t$  时刻的槽蓄水量 ( $m^3$ );  $I(t)$ 、 $Q(t)$  分别为河段上游断面的入流量及

收稿日期: 2015-05-07 修回日期: 2016-03-15 网络出版时间: 2016-04-14

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20160414.1459.024.html>

基金项目: 国家“973”计划课题(2013CB036406); 国家科技重大专项项目(2012ZX07205); 环保公益性行业科研专项经费项目(2013467042)

Fund: National “973” project (2013CB036406); National Key Science and Technology Special Project (2012ZX07205); Ministry of Environmental Protection’s Special Funds for Scientific Research on Public Causes (2013467042)

作者简介: 王家彪(1990), 男, 江西吉安人, 主要从事水文学及水资源研究。E-mail: waterwhu@foxmail.com

通讯作者: 雷晓辉(1974), 男, 北京人, 教授级高级工程师, 主要从事水文学水资源与水力学方面研究。E-mail: rain\_fields@qq.com

下游断面的出流量( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $Q(t)$  为示储流量, 代表河道相应蓄量下的稳定过流流量( $\text{m}^3/\text{s}$ )。

采用差分格式可以求解式(1)和(2), 得到马斯京根模型演算表达式如下:

$$Q_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 Q_1 \quad (3)$$

式中:  $I_1, I_2$  为计算时段初始和结束时河段入流流量( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $Q_1, Q_2$  为计算时段初始和结束时河段出流流量( $\text{m}^3/\text{s}$ );  $C_0, C_1, C_2$  为演算系数, 可由演进系数  $K, x$  计算得出。

马斯京根模型应用于河道演算, 计算简单, 对河道地形数据要求低, 参数估计灵活, 能达到扩散波方程差分求解的计算精度。模型在实际运用过程中也显现出一些不足<sup>[1]</sup>, 主要包括以下几点。

(1) 模型假定河段槽蓄量与其进出口断面流量存在线性关系, 这一假定存在局限性, 对于平原区、静态槽蓄较大的河流假定难以成立。

(2) 模型未能很好地反映河流水力特征, 演进系数  $K, x$  的确定具有很强的经验性和主观性, 系数还具有时变特性。

(3) 差分方法求解微分方程存在数值误差。

(4) 部分情况下模型初值出现负值, 同时模型只进行水流单向演进, 未考虑回水。

由于存在上述不足, 模型在运用中常根据实际情况加以改进。本文对国内外马斯京根模型改进研究进行归纳总结, 在此基础上, 提出一种新的改进思路, 以期提高模型模拟精度, 扩大模型适用范围。

## 1 模型研究进展

### 1.1 水量平衡微分方程求解的改进

差分方法求解水量平衡微分方程存在截断误差, 方程式左边数值计算产生了关于空间项的一阶误差。Cunge 及 Wang 等<sup>[23]</sup> 利用泰勒展开对模型差分格式求解所产生的截断误差进行了分析, 给出了系数的表达计算式及稳定条件, 同时确定了马斯京根模型差分演算方程等价于具有二阶差分格式的对流扩散方程。Nash<sup>[4]</sup> 首先从汇流角度联立水量平衡微分方程式(1)和蓄量方程(2)推导了出流与入流的理论关系表达式。Gelegenis<sup>[5]</sup> 在传统马法差分求解基础上给出了半隐式与隐式的求解方程, 并进行了精度分析比较和误差分析。赵人俊<sup>[6]</sup> 对比分析了差分解与积分解的相关问题及优缺点, 得出马斯京根积分解必然导致负效应, 不推荐选用。陆旻皎<sup>[7]</sup> 从微分方程数值求解角度将龙格库塔方法用于马斯京根模型, 对其稳定和误差进行分析, 得出了龙格库塔数值积分求解其步长满足一定条件时可以

获得稳定四阶数值解。陈森林<sup>[8]</sup> 则将线性马斯京根模型改进为参数  $K, x$  随示储流量变化的非线性模型, 并采用牛顿迭代方法求解, 演算精度得到提高。易瑜<sup>[9]</sup> 从差分模型出发, 给出差分方程一般形式并指出其一阶隐式为马斯京根流量计算式。

马斯京根模型以水量平衡为基础, 针对水量平衡微分方程求解的改进思路主要是将蓄量方程中未知量代入水量平衡方程中, 实现迭代求解。

### 1.2 槽蓄方程的改进

根据河道水位流量绳套曲线以及水位和河道蓄量对应关系可看出, 河道蓄量与流量并不是简单的线性关系, 马斯京根线性演算其实是一种近似处理。围绕槽蓄方程的改进正是以非线性模型引入为主要思路。Gill<sup>[10]</sup> 认为河道蓄量与流量关系是非线性的, 非线性模型更能表达水流槽蓄关系, 改善水流演算精度。另一方面, 非线性模型仍保留了河道参数为常数这一基本假定。Peruma<sup>[11]</sup> 构建了一个参数  $K, x$  随时间动态变化的多线性模型, 在这基础上, 翟家瑞<sup>[12]</sup> 提出了另一个改进思路, 区分时段初末的演进系数  $K, x$ 。

在有侧流情况下, 模型多数是在相应时刻直接将侧流并入河段首末断面, 或选择干、支流分别演算<sup>[13]</sup>。当存在支流而又未能获知支流流量大小时, 这种支流演算方法不适用。O'Donnell<sup>[14]</sup> 以及 Karahan<sup>[15]</sup> 等假定支流流量与河段入流存在稳定的线性关系, 由此改进了槽蓄方程和水量平衡方程。

关于槽蓄方程的改进虽然一直围绕线性假定展开, 但在方程本构上并没有做出很大改变, 主要是在 McCarthy 和 Gill 的模型基础上做进一步研究。

### 1.3 参数取值的改进

模型除了线性假定外, 另一个问题便是参数的常值假定。沿着河床不同位置或是随着流量的不同其演进参数  $K, x$  是不同的。当河道地形差异不大, 流量本身变幅也不是很大时, 这一问题对模拟结果的精度影响不大。但是对于一些天然河道, 尤其是具有很大行洪滩地的阶梯状横断面河道, 在建立对枯水和洪水都有模拟要求的模型时, 参数动态变化与调整问题不可避免。赵人俊<sup>[16]</sup> 在讨论流域汇流计算方法时, 引入马斯京根方法用于汇流, 并在分析加里宁抵偿河长方法基础上给出了分段连续演算的马斯京根模型。翟家瑞<sup>[17]</sup> 根据河道断面特性, 对于具有复式型、多级滩地横断面的河道水流演算, 依据大断面形状的突变次数进行了流量分层计算。Birkhead 和 James<sup>[18]</sup> 考虑到马斯京根模型在演算

洪水时涉及河岸的调蓄能力,对马斯京根模型进行了修正,推导了带有河岸调蓄导水参数的更为一般的马斯京根计算方程。易瑜<sup>[9]</sup>对不同场次洪水分别率定其演算系数,并对多场洪水演进系数进行综合平均,得到马斯京根模型演算方程式。王海霞<sup>[19]</sup>等对流量进行分级并分别率定其演算参数,演算结果表明流量分级下的变参数马斯京根模型精度更高。

综合上述模型改进思路,在河道汇流原理基础上,对马斯京根模型槽蓄方程中的示储流量计算进行改进,提出引入组合流量的马斯京根模型。模型通过对涨退水过程水面线的分析以及考虑河道对于水流的滞蓄作用<sup>[20]</sup>,引入多时刻组合流量代替单一时刻流量值,尝试给出新的示储流量计算方法。

## 2 引入组合流量的马斯京根模型

### 2.1 改进马斯京根模型建立

方程(2)中示储流量为当前 $t$ 时刻入流 $I(t)$ 和出流 $Q(t)$ 的线性组合,而流域蓄水量或槽蓄量可表示为入流或出流各阶时间导数的函数关系<sup>[21]</sup>,并且各阶导数在具体计算时一般表示为前几个时段流量的线性关系即可满足一般精度要求<sup>[22]</sup>。因此在槽蓄方程(2)基础上假定示储流量不仅与当前 $t$ 时刻有关,而且与 $t$ 以前多个时间有关,示储流量是包含 $t$ 时刻及之前多个时刻出、入流量的线性组合。据此对示储流量计算做修正,如下:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= [xI + (1-x)Q] = \\ &\left[ x \sum_{k=t-n}^t w_{1k} I_k + (1-x) \sum_{k=t-n}^t w_{2k} Q_k \right] \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $w_{1k}$ 和 $w_{2k}$ 分别为河段进出口断面多时刻流量线性组合系数,满足 $\sum w_{1k} = 1$ ,  $\sum w_{2k} = 1$ 简化运用时, $w_{1k}$ 和 $w_{2k}$ 取为常数; $n$ 为进出口流量对槽蓄有影响的时段数,代表了式中 $k$ 的取值范围。

可以证明,当 $n$ 取值合适时,式(4)计算的示储流量更接近于河道同一水位下的实际槽蓄水量。

对于传统马斯京根模型,下面两个假定是成立的:

(1) 河段流量沿程线性变化。

(2) 沿程流量与水位一一对应,断面水位对应槽蓄是稳定流量为示储流量的河道槽蓄。

事实上,在流量沿程线性变化假定下,图1中虚线 $^{\circ}$ 为计算水面线。结合绳套曲线(图2),涨水时,水位(槽蓄量)相同情况下由于存在附加比降,流量大于稳定情况下流量<sup>[23]</sup>,反过来,同样流量下,稳定情况时的水位(计算值)高于涨水时水位(实际值),实际水面线应比线性槽蓄假定下的计算水面线要低,见图1(a)。图中以上、下游断面竖直线段长度

示意流量大小,中间竖直虚线位置处流量大小由虚线长度来示意,线 $^{\circ}$ 为涨水情况下槽蓄方程(2)计算的水面线,实线 $^1$ 为涨水情况下考虑涨水附加比降时的水面线。由图1(a)可看出,涨水时计算的蓄量是偏大的(线 $^1$ 与线 $^{\circ}$ 所夹阴影面积)。同样对于落水如图1(b),计算的槽蓄量偏小。需要注意,无论是线 $^1$ 还是线 $^{\circ}$ 都不是真实水面线,当且仅当流量沿程线性变化时线 $^1$ 才为涨水情况下的水面线。由于真实水面线 $\gg$ 难以确定,我们只能得出这样的结论:在满足流量沿程线性变化假定时,线 $^1$ 更接近真实水面线。

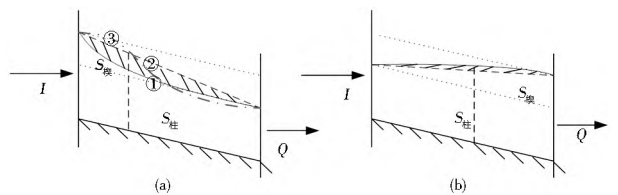


图1 涨落水时计算与实际河道槽蓄示意图

Fig. 1 The sketch map of calculation and actual channel storage

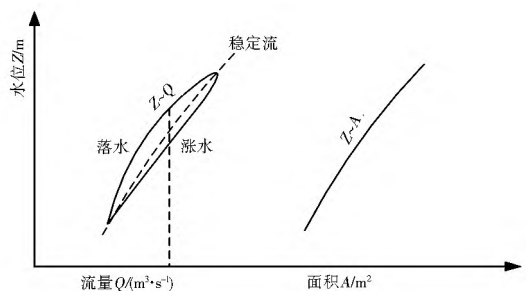


图2 涨落水流量-水位绳套曲线

Fig. 2 The loop curve of flow and water stage in the fluctuation of water

以涨水为例,对于给定河段,假定参数 $K$ 、 $x$ 不变,当 $n$ 合适时(保证处于涨水阶段),有 $Q_{t-j} < Q_t$ ,  $I_{t-j} < I_t$ ,其中 $j = 1, 2, n$ ,  $Q_{t-j}$ ,  $Q_t$ ,  $I_{t-j}$ ,  $I_t$ 分别表示河段 $t-j$ 时刻和 $t$ 时刻的出入流量。假设 $t$ 时刻河段不考虑附加比降,满足假定1和2情况下的蓄水量为 $S_0$ ,考虑涨水影响(不满足假定2)时为 $S_1$ ,则有:

$$S_0 = K \dot{Q} = K [xI_t + (1-x)Q_t] > S_1 \quad (5)$$

式中: $K$ 为河段示储流量与其对应稳定流下槽蓄大小的比例系数,同公式(2),与涨退水无关。

若要使 $S_1 = S_0$ ,即使河段计算槽蓄更接近实际槽蓄,需减小 $S_0$ 。由于,

$$x \sum_{k=t-n}^t w_{1k} I_k + (1-x) \sum_{k=t-n}^t w_{2k} Q_k < xI_t + (1-x)Q_t \quad (6)$$

由式(6)可知,只要是在涨水阶段,就有式(4)所表达的示储流量就更符合实际情况。同样可以证明落水情况成立。

这样得到引进组合系数下的改进马斯京根模型表达式如下式(7)和(8):

$$\frac{dS(t)}{dt} = I(t) - Q(t) \quad (7)$$

$$S(t) = K Q'(t) = K \left[ x \sum_{k=t-n}^t w_{1k} I(k) + (1-x) \sum_{k=t-n}^t w_{2k} Q(k) \right] \quad (8)$$

若考虑下渗, 假定  $\frac{dS(t)}{dt} = (1-f)(I(t) - Q(t))$ ,

其中  $f$  为下渗系数, 取  $n$  为 1, 则有

$$\frac{dS(t)}{dt} = (1-f)(I(t) - Q(t)) \quad (9)$$

$$S(t) = K Q'(t) = K x [w_1 I_t + (1-w_1) I_{t-1}] + K(1-x) [w_2 Q_t + (1-w_2) Q_{t-1}] \quad (10)$$

特别的, 当  $w_1 = w_2 = 1.0, f = 0$  时, 方程(9)、(10)变为方程(1)、(2)。

仍采用差分方法求解水量平衡微分方程, 可得到类似方程(3)的流量演进计算式, 如下:

$$Q_3 = C_1 I_1 + C_2 I_2 + C_3 I_3 + C_4 Q_1 + C_5 Q_2 \quad (11)$$

其中, 不考虑下渗时,

$$\begin{aligned} C_1 &= Kx(1-w_1)/a, C_2 = \left[ \frac{\Delta t}{2} - Kx(1-2w_1) \right] / a, \\ C_3 &= \left[ \frac{\Delta t}{2} - Kxw_1 \right] / a, C_4 = K(1-x)(1-w_2)/a, \\ C_5 &= \left[ -K(1-x)(1-2w_2) - \frac{\Delta t}{2} \right] / a, a = K(1-x)w_2 + \frac{\Delta t}{2}, C_1 + C_2 + C_3 + C_4 + C_5 = 1 \end{aligned} \quad (12)$$

考虑下渗时, 只需要将  $f$  代入即可。

根据前文文献综述部分, 本文推导的马斯京根模型是线性系统模型的一种特例<sup>[24]</sup>。

## 2.2 改进模型常演进系数的处理

方程(8)或(10)中假定多时刻流量分别对于河道槽蓄的影响程度固定不变, 线性组合系数  $w_1, w_2$  取为常数。但线性组合系数大小与各组合流量大小有关, 尤其是相邻时刻流量变化较大时, 组合系数应该变化较大。对于这一问题, 本文通过水流分级率定的办法, 选择不同量级的水流分别进行参数率定和演算。在实际出流断面流量预测时, 可由入流过程确定并选择对应流量级别的参数, 再进行模拟预测。流量分级参数率定考虑了同一河道不同类型、不同量级水流具有不同的演进规律。

## 2.3 改进模型参数率定

根据前文分析以及对比各种率定方法, 本文参考文献[25], 选择寻优效率高、收敛能力强的 DEA 方法对模型进行参数率定。DEA 方法无需二进制编码, 原理较为简单, 易实现。

### 2.3.1 DEA 方法

微分进化算法 (Differential Evolution Algor-

rithms, DEA), 是 Rainer Storn 和 Price Kenneth 为解决多项式拟合问题而提出的实数编码随机搜索算法, 算法模拟种群间个体合作与竞争方式寻优, 与遗传算法类似。算法包括初始化 (Initialisation), 变异 (Mutation), 交叉 (Recombination) 及选择 (Selection) 四个环节<sup>[25]</sup>。算法初始按一定规则随机生成规模为  $n$  的种群, 然后通过种群内个体变异、交叉及选择操作得到新个体, 并通过比较适应度函数值来确定进化的下一代。在进化达到目标适应度或最大代数  $\max \text{Gen}$  时, 进化结束。

### 2.3.2 参数率定

根据方程式(11), 若选择率定系数  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  可以保证参数全局的最优, 但此时退回到了统计经验模型, 其率定反算的  $K, x$  不保证满足物理条件, 可能使参数率定失败。因此本文选择直接率定演进参数  $K, x$  外加组合参数  $w_1, w_2$ , 以及下渗参数  $f$ , 率定参数共有  $K, x, w_1, w_2$  和  $f$  五个。另外, 本文采用分段式马斯京根模型, 按给定演算时间步长等分河道为多段进行演算, 各河段内演算参数仍设定为相等。

采用微分进化算法进行参数率定, 给定参数取值范围, 其适应度函数为出口断面计算流量与实测流量加权均方误差最小, 见下式:

$$F = \min \left[ \sum \omega_i (Q_i^{ds} - Q_i^{cd})^2 \right] \quad (13)$$

式中: 加权系数  $\omega_i = 1/(Q_i^d + 1)^2$ , 系数引入是为了尽可能避免洪水过程中小流量计算误差的损失。

## 3 模型应用及结果

### 3.1 研究区概况

滦河流域水资源紧缺, 河道水流预测精度的提高有利于更为精细的水量调度工作。将改进马斯京根模型应用于滦河大黑汀水库下游至滦县河段, 并考虑支流青龙河以及区间入流对滦河干流流量的影响, 青龙河演进流量汇入滦河干流后与干流一起向下游演进见图 3。滦河大黑汀水库至滦县水文站河段长约 91.5 km, 其中青龙河汇入口至滦县河段长约 16 km, 河段入口有大黑汀水文站点 (大黑汀 (底发溢)), 出口有滦县水文站; 青龙河桃林口水库起下游河段长约 50.6 km, 入口有桃林口水文站点 (桃林口 (河道二)); 青龙河支流沙河汇流由冷口水文站控制, 沙河汇入口距桃林口水库约为 25 km。选取大黑汀 (底发溢)、滦县、桃林口 (河道二) 以及冷口 4 个水文站点 1990 年-2012 年有实测资料的 10 场不同量级代表性水流过程进行演进分析 (由滦县水文站 1990 年-2012 年期间实测流量进行分级), 其中流量资料为逐日过程。

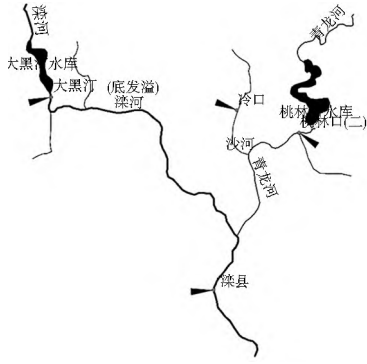


图3 滦河大黑汀水库至滦县河段示意图

Fig. 3 The sketch map of Luanhe River from Daheiting Reservoir to Luanxian

### 3.2 模型运用及结果分析

运用建立的模型进行水流演算, 演算采用分段方式进行, 给定计算时间步长为 1 h(小时流量由逐日资料插值给定)。河道 1 h 水流传播距离约为 6~15 km, 由此根据滦县水文站多年径流实测资料, 按流量 1 000 m<sup>3</sup>/s 和 320 m<sup>3</sup>/s 将 10 场次水流分为 3 级并分别确定空间等步长为 8、10、12 km。运用改进模型对所选择流量过程进行演算, 结果见表 1。为分析改进模型的优势, 将计算结果与未改进模型计算结果进行对比。部分水流演算逐日平均流量过程见图 4, 参数率定结果见表 2。

表 1 10 场次水流演算结果

Tab. 1 Calculation results of 10 different flows

径流场次	径流量级(峰值) /(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	时间	洪峰/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )			洪峰相对误差(%)		起算时间起峰现时间/h		峰现时间误差/h		
			实测	改进前	改进后	改进前	改进后	实测	改进前	改进后	改进前	改进后
1		1991-7-13 至 8-17	1 760	1 632.35	1 626.13	7.25	7.61	408	418	416	10	8
2	> 1 000	1995-7-26 至 8-14	5 340	4 252.19	4 397.40	20.37	17.65	168	176	174	8	6
3		2012-7-26 至 8-15	3 410	3 309.49	3 246.94	2.95	4.78	192	178	182	14	10
4		1990-8-1 至 8-24	426	429.13	425.51	0.73	0.12	312	302	314	10	2
5	320~ 1 000	1993-7-26 至 8-14	625	648.52	631.18	3.77	0.99	312	304	314	8	2
6		1997-7-26 至 8-11	372	357.53	359.59	3.89	3.34	168	176	170	8	2
7		1998-7-8 至 7-24	475	516.70	489.05	8.78	2.96	168	180	178	14	10
8		1998-6-7 至 6-29	85.5	81.69	81.32	4.46	4.89	264	252	252	12	12
9	< 320	2001-6-12 至 7-3	308	261.80	272.10	15.00	11.66	96	100	98	4	2
10		2010-8-17 至 9-9	126	141.46	123.49	12.27	1.99	168	170	170	2	2

表 2 参数率定结果

Tab. 2 The results of parameter calibration

参数	K/(s·km <sup>1</sup> )	x	w <sub>1</sub>	w <sub>2</sub>	f	
初始值	450.00	0.35	0.75	0.75	0.010	
率	> 1000/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	479.65	0.30	0.77	0.77	0.021
定	300~ 1000/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	628.20	0.36	0.84	0.84	0.029
值	< 300/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	725.10	0.39	0.88	0.88	0.035

注:表 2 中由于是分段演算, K 的取值按每公里河道长度来给定。

由表 1 和图 4 可看出, 模型计算峰值误差基本在 20% 以内, 峰现时间误差在 24 h 以内, 模型模拟精度较高。一方面, 对于所模拟的 10 场次径流过程, 无论是峰现时间还是峰值大小, 改进马斯京根模型普遍要比未改进模型模拟效果好, 模拟精度得到提高。少数场次, 例如场次 3 虽然改进模拟的峰值误差偏大, 但峰现时间却更为准确。另一方面, 模型模拟峰值流量普遍偏小、峰现时间靠后, 峰值偏小与区间汇流未能在模型中得到完全考虑有直接关系, 而峰现时间靠后则是由于在逐日平均流量资料条件下河道汇流造成的峰值滞后未能得到很好地模拟。

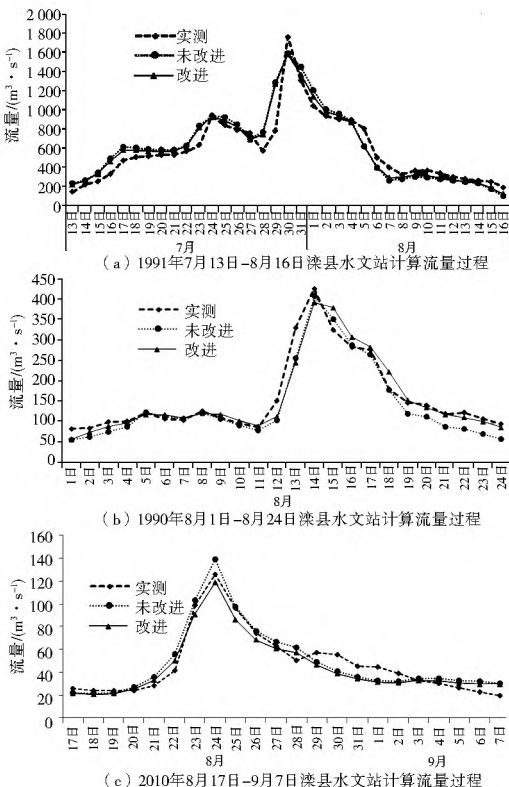


图 4 滦河滦县水文站断面模拟与实测流量过程线

Fig. 4 Comparing of calculation and observation flow duration curve at Luanxian station of Luanhe River

## 4 结论

马斯京根模型与水动力模型的结合以及模型的不断改进给模型提供了更多的理论支持,同时模型本身入流条件、蓄量方程以及参数取定等方面仍存在争论,模型一直处于改进中。本文简要分析了国内外关于马斯京根模型的主要改进思路及改进方向,对改进模型进行分类归纳。在此基础上,通过引入组合流量系数,以同一断面历史多时刻流量的线性组合代替槽蓄方程中当前单时刻流量,提出了模型改进新思路。组合流量系数的引入给模型提供了更多的调整空间,也更能反映出流量的变化过程。经过理论与实例分析,改进模型较传统马斯京根模型更好地模拟出了水流过程,具有更高的精度。

本文建立的改进模型从传统马斯京根模型出发,仍确定演进参数为常数,仅对有两组合流量系数的情况进行了分析。同时,河段出流量与入流量之间关系密切,并不是引入组合系数越多越有利于计算精度的提高,因此可以进一步分析组合数量对模型计算精度的影响,给出对应于不同水流演进下的最佳流量组合。

### 参考文献(References):

[1] 罗伯昆,钱学伟.关于马斯京根法几个问题的讨论[J].水文,1982(4):50-54,59.(LU O Bo kun, QIAN Xue wei. Discussion of some notes on the Muskingum method[J]. Journal of China Hydrology, 1982(4): 50-54, 59. (in Chinese))

[2] Cunge J A. On the subject of a flood propagation computation method (Muskingum method) [J]. Journal of Hydraulic Research, 1969, 7(2): 205-230.

[3] Wang G T, Yao C, Okoren C, et al. 4 Point FDF of Muskingum method based on the complete St Venant Equations[J]. Journal of hydrology, 2006, 324(1): 339-349.

[4] Nash J E. A note on the Muskingum flood routing method[J]. Journal of geophysical research, 1959, 64(8): 1053-1056.

[5] Gelegenis J J, Serrano S E. Analysis of Muskingum equation based flood routing schemes[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2000, 5(1): 102-105.

[6] 赵人俊. 马斯京根法河道洪水演算的线性有限差解[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 1979(1): 44-56. (ZHAO Ren jun. Muskingum Method Linear finite difference solution of river flood routing[J]. Journal of Hohai University: Natural Sciences, 1979(1): 44-56. (in Chinese))

[7] 陆旻皎. 马斯京根法的龙格库塔数值积分解[J]. 水文, 1987(2): 17-20. (LU Min jiao. The Runge Kutta numerical integral solution of Muskingum Routing Method[J]. Journal of China Hydrology, 1987(2): 17-20. (in Chinese))

[8] 陈森林. 马斯京根法非线性演算模型的差分牛顿迭代解法[J]. 水文, 1992(1): 30-33. (CHEN Sen lin. The Newton Raphson iter-

ation difference solution of nonlinear Muskingum routing method [J]. Journal of China Hydrology, 1992(1): 30-33. (in Chinese))

[9] 易瑜. 马斯京根模型建模及其应用[D]. 南京: 河海大学, 2004. (YI Yu. Make and application of Muskingum model in the upper of Yangtze River[D]. Nanjing: Hohai University, 2004. (in Chinese))

[10] Gill M A. Flood routing by the Muskingum method[J]. J Hydrol, 1978, 36: 353-363.

[11] Perumal M. The cause of negative initial outflow with the Muskingum method[J]. Hydrological sciences journal, 1992, 37(4): 391-401.

[12] 翟家瑞. 马斯京根法几种不同应用形式浅析[J]. 人民黄河, 1994(4): 5-7. (ZHAI Jia rui. Brief analysis on several different applications of Muskingum method[J]. Yellow River, 1994(4): 5-7. (in Chinese))

[13] 张旭昇, 孙继成, 魏国孝, 等. 改进的马斯京根法在渭河洪水演算中的应用[J]. 人民黄河, 2010, 32(11): 36-38. (ZHANG Xu sheng, SUN Ji cheng, WEI Guo xiao, et al. On modified Muskingum method applied in the flood routing of Weihe River[J]. Yellow River, 2010, 32(11): 36-38. (in Chinese))

[14] Ó'Donnell T. A direct three parameter Muskingum procedure incorporating lateral inflow[J]. Hydrological Sciences Journal, 1985, 30(4): 479-496.

[15] Karahan H, Gurarslan G, Geem Z W. A new nonlinear Muskingum flood routing model incorporating lateral flow[J]. Engineering Optimization, 2014 (ahead of print): 1-13.

[16] 赵人俊. 流域汇流的计算方法[J]. 水利学报, 1963(2): 1-9. (ZHAO Ren jun. Method for watershed runoff calculation[J]. Journal of Hydraulic Engineering, 63(2): 1-9. (in Chinese))

[17] 翟家瑞. 用分层马斯京根法作河道洪水演算[J]. 人民黄河, 1992(7): 10-13, 61. (ZHAI Jia rui. Calculating floods by using layered Muskingum method[J]. Yellow River, 1992(7): 10-13, 61. (in Chinese))

[18] Birkhead A L, James C S. Muskingum river routing with dynamic bank storage[J]. Journal of Hydrology, 2002, 264(1): 113-132.

[19] 王海霞, 张弛, 董四辉. 马斯京根模型变参数洪水演算[J]. 水电能源科学, 2012, 30(007): 47-49. (WANG Hai xia, ZHANG Chi, DONG Si hui. Variation parameters of Muskingum model for flood routing[J]. Water Resources and Power, 2012, 30(007): 47-49. (in Chinese))

[20] 陈森林, 沈福新. 河道流量演算的一种新途径[J]. 水科学进展, 1994, 5(3): 200-207. (CHEN Sen lin, SHEN Fu xin. A new way for river flow routing[J]. Advances in Water Science, 1994, 5(3): 200-207. (in Chinese))

[21] 芮孝芳. 水文学原理[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2004. (RU Xi ao fang. Principles of hydrology[M]. Beijing: China Water Power Press, 2004. (in Chinese))

[22] 闫宝伟, 郭生练, 周建中. Nash 瞬时单位线推演河道汇流的完整公式[J]. 水科学进展, 2014, 25(3): 428-434. (YAN Bao wei, GUO Sheng lian, ZHOU Jian zhong. Complete formula of river flow routing based on Nash instantaneous unit hydrograph[J]. Advances in Water Science, 2014, 25(3): 428-434. (in Chinese))

(上转第 37 页)

- tential toxicological significance of polycyclic aromatic hydrocarbons (PAHs) in Guanting Reservoir sediments, China [J]. *Journal of Environmental Sciences China*, 2005, 17(1): 48-53.
- [35] Michael A, Gulen G, Ilhan O. Atmospheric mercury in the vapor phase, and in fine and coarse particulate matter at perch river, New York [J]. *Atmospheric Environment*, 1998, 32(5): 865-872.
- [36] Wu B, Zhao D Y, Zhang Y, et al. Multivariate statistical study of organic pollutants in Nanjing reach of Yangtze River [J]. *Journal of Hazardous Materials*, 2009, 169: 1093-1098.
- [37] Jang J K. Temporal and spatial distribution and source identification of organic pollutants in Lake Column [D]. University of Illinois at Chicago, 2001.
- [38] 刘春慧, 田福林, 陈景文, 等. 正定矩阵因子分解和非负约束因子分析用于大辽河沉积物中多环芳烃源解析的比较研究 [J]. 《科学通报》, 2009, 52(24): 3817-3822. (LIU Chunhui, TIAN Fur lin, CHEN Jingwen, et al. Source apportionment of polycyclic aromatic hydrocarbons in sediments of the Daliao River, China: Positive matrix factorization and factor analysis with nonnegative constraints [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2009, 52(24): 3817-3822. (in Chinese))
- [39] Du S, Belton T J, Rodenburg L A. Source apportionment of polychlorinated biphenyls in the tidal Delaware River [J]. *Environmental Science & Technology*, 2008, 42(11): 4044-4051.
- [40] Lisa A, Rodenburg, Du S Y, Xiao B H, et al. Source apportionment of polychlorinated biphenyls in the New York/New Jersey Harbor [J]. *Chemosphere*, 2011, 103: 792-798.
- [41] Kaushik A, Ankur K, Santosh, et al. Heavy metal contamination of river Yamuna, Haryana, India: Assessment by Metal Enrichment Factor of the Sediments [J]. *Journal of Hazardous Materials*, 2009, 164(1): 265-270.
- [42] Donald M, Hickie B. Mass balance model of source apportionment, transport and fate of PAHs in Lac Saint Louis, Quebec [J]. *Chemosphere* 2000, 41(5): 681-692.
- [43] Kim M, Mahlon C, Kennelcutt M C, et al. Molecular and stable carbon isotopic characterization of PAH contaminants at McMurdo Station, Antarctica [J]. *Mar Pollut Bull*, 2006, 52(12): 1585-1590.
- [44] 胡成, 王彤, 苏丹, 等. 水环境中污染物的源解析方法及其应用 [J]. *水资源保护*, 2010, 26(1): 57-60. (HU Cheng, WANG Tong, SU Dan, et al. Methods for source apportionment of contaminants and their application in aquatic environment [J]. *Water Resources Protection*, 2010, 26(1): 57-60. (in Chinese))
- [45] Matt F, Simcik, I, Steven J, et al. Source apportionment and source/sink relationships of PAHs in the coastal atmosphere of Chicago and Lake Michigan [J]. *Atmospheric Environment*, 2010, 44(15): 5071-5079.
- [46] August Andersson. A systematic examination of a random sampling strategy for source apportionment calculations [J]. *Science of the Total Environment*, 2011: 232-238.
- [47] Wu B, Zhao D Y, Zhang Y, et al. Multivariate statistical study of organic pollutants in Nanjing reach of Yangtze River [J]. *Journal of Hazardous Materials*, 2009, 169: 1093-1098.
- [48] Zhang Y, Guo F, Meng W, et al. Water quality assessment and source identification of Daliao river basin using multivariate statistical methods [J]. *Environmental Monitoring & Assessment*, 2009, 152(1/4): 105-121.
- [49] 田福林. 受体模型应用于典型环境介质中多环芳烃、二噁英和多氯联苯的来源解析研究 [D]. 大连: 大连理工大学博士论文, 2009. (TIAN Fur lin. Source apportionment of persistent toxic substances in typical environmental media by receptor modeling: polycyclic aromatic hydrocarbons, dioxins and polychlorinated biphenyls [D]. DaLian: Dalian university of technology, 2009. (in Chinese))
- [50] 陈海洋. 河流水体污染源解析技术及方法研究 [D]. 北京: 北京师范大学博士论文, 2012. (CHEN Haiyang. Study on technical methods of source apportionment and identification for river aquatic environment [D]. Beijing: Beijing Normal University, 2012. (in Chinese))

(下接第 92 页)

- [23] 芮孝芳, 张超. Muskingum 法的发展及启示 [J]. *水利水电科技进展*, 2014, 34(3): 1-6. (RUI Xiaofang, ZHANG Chao. Development and inspiration of Muskingum method [J]. *Advances in Science and Technology of Water Resources*, 2014, 34(3): 1-6. (in Chinese))
- [24] Gomez M., Rodellar J, Mantecon J A. Predictive control method for decentralized operation of irrigation canals [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2002, 26: 1039-1056.
- [25] 杨启文, 蔡亮, 薛云灿. 差分进化算法综述 [J]. *模式识别与人工智能*, 2008, 21(4): 506-513. (YANG Qiwen, CAI Liang, XU Yun can. A survey of differential evolution algorithms [J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2008, 21(4): 506-513. (in Chinese))