

DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2021.0096

王军,侯智星.黄河内蒙古段冰盖厚度模拟[J].南水北调与水利科技(中英文),2021,19(5):921-929. WANG J, HOU Z X. Simulation of ice cover thickness in Inner Mongolia section of Yellow River[J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2021, 19(5): 921-929. (in Chinese)

## 黄河内蒙古段冰盖厚度模拟

王军,侯智星

(合肥工业大学土木与水利工程学院,合肥 230009)

**摘要:**基于原型观测数据对黄河内蒙古段的冰盖厚度进行模拟,通过引入 Colburn 类比法计算冰盖下的热通量,在热力学方程中引入河流流量、水流流速、水位河道坡降、冰盖糙率等因素,改进基于 Stefan 公式的度日法冰厚计算模型。采用巴彦高勒至头道拐河段 4 个测站的原型观测数据率定该冰厚计算模型的相关参数,并通过气温、水温数据进行冰厚计算。结果表明:改进后的冰厚计算模型在计算结果的精度上达到 1.97%,相比于 Stefan 模型的 14.99%、统一度日法模型的 4.77%、动水冰厚辐射冰冻度日法模型的 14.98%,精度上有所提升,冰厚变化趋势与现场原型观测趋势一致;根据累积气温值与气温序列特征分析 2006—2017 年的头道拐测站气温数据,提取冬季累积气温值最大的 2009—2010 年进行冰厚计算,模型计算结果精度为 7.34%。改进模型在正常天气条件和极端天气条件下的冰厚计算结果均保持较高的精度,研究结果可为极端天气条件下研究区的冰厚计算提供理论依据。

**关键词:**冰盖厚度;热力学;度日法;Colburn 类比法;黄河

中图分类号:TV14 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标志码(OSID):



冬季寒冷地区的河流常常形成冰盖或冰塞,封冻的冰盖下面堆积大量冰花、冰块,阻塞部分过水断面,极易使上游水位被迫提高并造成严重的凌汛灾害<sup>[1-2]</sup>。气象特征<sup>[3]</sup>与河道形态<sup>[4]</sup>是影响冰情的重要因素,当流冰量大于河段输冰能力时,开始卡冰封河,冰盖的形成引起河道内的综合糙率增大,并导致河道过流能力下降<sup>[5-6]</sup>,在我国北纬 30°以北的地区,河流在冬季都存在不同程度的冰情问题。据 1990—2019 年不完全统计,黄河内蒙古段共发生冰塞冰坝事件 30 多处,发生位置见图 1<sup>[7]</sup>。结合灾情统计的空间分布来看,黄河内蒙古段三湖河口至头道拐河段的冰情问题最为严重。热力条件、水流条件的变化对冰盖或冰塞的厚度、持续时间、规模和出现的频率会产生重要的影响,冰盖的厚度是判断预测黄河冰凌灾害的重要指标之一。

冰厚的变化由冰盖表面的热交换所主导,Stefan<sup>[8]</sup>提出了度日法用于冰盖厚度的计算,在假定冰盖内部温度呈线性分布的情况下,通过冰盖表面温度对冰盖厚度进行计算,在某种程度上奠定了冰盖热力学研究的基础。度日法将冰厚增长过程与气温变化联系在一起,形式简单,至今仍被广泛应用。在部分地区的冰盖开始消融时,累积负气温却依旧在增长。Bilello<sup>[9]</sup>以累积正气温修正冰厚最大值的计算方法模拟冰盖的消融过程。

河流封冻后冰盖与水、冰盖与大气之间的热量交换对冰厚的变化过程产生重要影响,冰盖的热量值由冰盖上表面和下表面的热交换过程所主导,校核传热系数是使用线性热力学模型的前提且为关键步骤。长期以来,度日法在用于模拟河流和湖泊冰盖消长的过程中不断丰富与完善,Michel<sup>[10]</sup>总结出了在不同条件下度日法系数  $\alpha$  的典型值。

收稿日期:2020-11-11 修回日期:2021-01-25 网络出版时间:2021-02-09

网络出版地址:https://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1430.tv.20210208.1537.002.html

基金项目:国家自然科学基金项目(51879065);国家重点研发计划项目(2018YFC1508401);中国电力建设股份有限公司项目(DJ-ZDZX-2016-02)

作者简介:王军(1962—),男,安徽天湖人,教授,博士生导师,主要从事河冰水力学研究。E-mail: junwanghfut@126.com

通信作者:侯智星(1996—),男,安徽滁州人,博士研究生,主要从事河冰水力学研究。E-mail: houhfut@163.com



图 1 黄河内蒙古段冰塞冰坝统计

Fig. 1 Statistics of ice jam in Inner Mongolia section of Yellow River

Greene 等<sup>[11]</sup>使用冰盖热力学模型模拟了 1980—1981 年冬季圣劳伦斯河(The Lawrence River)上的冰盖消融演变,计算了冰-气界面的表面能量传递分量和由此产生的表面温度变化,并在冰-水边界使用经验算法模拟了水对冰盖的对流传热。Ashton<sup>[12]</sup>考虑了冰盖表面热传递与长波辐射损失、表面反照率、短波辐射穿透和吸收以及冰内非稳态热传导的相互作用,对水面与大气及冰面与大气间热量交换方程进行了总结,揭示了开河时期冰盖顶部及底部的消融过程。Shen 等<sup>[13]</sup>和 Lal<sup>[14]</sup>等对 Stefan 度日法模型的理论基础进行检验,并开发改良出一种统一度日法模型用来模拟河流冰盖的热力生消全过程。

张学成等<sup>[15]</sup>基于随机理论和传热学,建立了黄河初始冰盖形成后冰盖厚度演变计算的数学模型,计算结果较仅用热力学方法计算而言误差更小,并认为气温和流量的变化是影响冰盖厚度变化的主要因素。练继建等<sup>[16]</sup>在传统方法冰冻度-日法的基础上提出了静水条件下和动水条件下进行冰厚预测的辐射冰冻度-日法,对冰厚生消的全过程进行模拟并验证,结果良好。Shen<sup>[17]</sup>在模拟天然河道中河冰生长与消融的热力学模型过程中,考虑了包括空气-冰体-水面-河床界面在内的整个完整系统的热量交换。邓宇等<sup>[18]</sup>发现采用 Stefan 模型计算得到的冰厚变化过程与观测得到的冰厚变化过程在变化趋势上具有一致性,使用 Stefan 模型计算结果较实测值偏小,说明采用 Stefan 模型计算黄河冰厚具有可行性。

目前对于模拟冰盖消融过程这一问题的研究,国内外学者分别在率定经验参数、加入随机项、探究冰盖生长和消融热力学机理上开展了相关研究。黄河封冻期冰厚生消过程具有独特性,适用于黄河内蒙古段的度日法模型以及经验系数的典型值依赖于

现场实测数据率定。黄河内蒙古段的实测数据表明不同测站处的冰厚变化量差异较大,原因不仅仅是气温的变化,还包括了流量、流速以及糙率等因素。影响冰盖厚度的热量主要来源于冰与大气的热传导以及冰与水体的传热,通过对传热系数进行修正,在传热的方程中引入河流流量、水流流速、水位、糙率等因素,有助于提高冰厚计算模型对极端天气下的冰厚变化的计算精度。

## 1 冰厚模型

### 1.1 冰盖热交换过程

稳封期冰盖形成后,水体和大气之间蒸发-冷却和对流换热转化为以冰盖作为媒介的热交换过程。此时黄河内蒙古河段的日平均气温已低于零度,忽略冰面蒸发-冷却与对流的影响,冰盖的热交换过程主要包括冰盖与大气之间的热交换过程、冰盖与水体之间的热交换过程以及辐射传热。

冰盖与大气之间的热通量可表示为

$$q_{ia} = \frac{k_{ia}(T_m - T_a)}{h_i} \quad (1)$$

式中: $q_{ia}$ 为冰盖与大气之间的热通量,  $W/m^2$ ;  $k_{ia}$ 为冰与大气之间的导热系数,  $W/(m \cdot ^\circ C)$ ;  $T_m$ 为冰盖上表面温度,  $^\circ C$ ;  $T_a$ 为空气温度,  $^\circ C$ ;  $h_i$ 为冰厚,  $m$ 。

冰盖与水之间的热通量可表示为

$$q_{wi} = \frac{k_{wi}(T_w - T_s)}{h_i} \quad (2)$$

式中: $q_{wi}$ 为冰盖和水体之间的热通量,  $W/m^2$ ;  $T_s$ 为冰盖下表面温度,  $^\circ C$ ;  $T_w$ 为水温,  $^\circ C$ ;  $k_{wi}$ 为冰与水体之间的导热系数,  $W/(m \cdot ^\circ C)$ 。

冰盖吸收的辐射热量可表示为

$$\phi = F_d + F_s - F_b - I \quad (3)$$

式中: $\phi$ 为冰盖吸收的辐射热量;  $F_d$ 代表入射长波辐射;  $F_s$ 代表入射短波辐射;  $F_b$ 代表冰盖表面反射

的长波辐射;  $I$  为透射过冰盖的太阳短波辐射。对于无法直接从气象站获得的参数,可通过以下公式<sup>[19]</sup>进行估算

$$F_d = (0.746 + 0.0066 \times e) \times \sigma \times T_a^4 \times (1 + 0.26C) \quad (4)$$

$$F_s = \frac{Scos^2Z}{[(\cos Z + 2.7) \times e \times 10^3 + 1.085 \cos Z + 0.1]} \cdot (1 - 0.52C) \quad (5)$$

$$F_b = \epsilon \sigma T_a^4 \quad (6)$$

$$I = (0.17 - 0.35C)(1 - a)F_s \quad (7)$$

式中:  $e$  为蒸汽压;  $\sigma$  为 Stefan-Boltzmann 常数;  $T_a$  为空气温度;  $C$  为云量,取值为  $0 \sim 1$ ;  $S$  为太阳常数;  $Z$  为当地太阳天顶角;  $\epsilon$  为表面辐射率;  $a$  为冰层表面反射率。

因此,在上述热交换过程下的冰盖厚度发展满足下式:

$$\rho_i L_i \frac{dh_i}{dt} = q_{in} - q_{wi} - \phi \quad (8)$$

式中:  $\rho_i$  为冰的密度,  $kg/m^3$ ;  $L_i$  为冰的潜热,  $J/kg$ ;  $t$  为时间,  $s$ 。

文献[13]基于度日法,忽略冰盖上表面的融化或增厚以及短波辐射,在 Stefan 模型基础上综合考虑了大气-冰盖的对流换热、水-冰盖的对流换热、辐射等因素,并用传热系数计算空气-冰和冰-水界面处的热通量,通过式(9)整理可得出冰厚的计算表达式式(10):

$$\rho_i L_i \frac{dh}{dt} = \frac{(T_s - T_a)}{(\frac{h_i}{k_i} + \frac{1}{h_{ia}})} - h_{wi}(T_w - T_s) \quad (9)$$

$$h_i = -\frac{k_i}{h_{ia}} + [(\frac{k_i}{h_{ia}} + h_0)^2 + \frac{2k_i}{\rho_i L_i} S]^{1/2} \quad (10)$$

式中:  $k_i$  为冰的导热系数,  $W/(m \cdot ^\circ C)$ ;  $h_{wi}$  为冰水之间的对流换热系数;  $h_{ia}$  为冰盖和大气之间的对流换热系数;  $S$  为累积负气温,  $^\circ C \cdot d$ 。

根据文献[13]选取不同参数情况下冰厚模拟的结果,在忽略  $k_i/h_{ia}$  的情况下,式(10)可简化为传统的 Stefan 模型:

$$h_i = \alpha \sqrt{S} \quad (11)$$

式中:  $\alpha$  为经验系数。

式(10)与式(11)可以通过选取适当的经验系数  $\alpha$  的值达到较好的拟合效果,在冰厚计算上式(12)的表达形式比传统的式(11)更为合适:

$$h_i^2 = h_0^2 + \alpha S \quad (12)$$

式中:  $h_0$  为冰盖初封厚度,  $m$ 。

当从水与冰盖的热传递变得明显时,冰厚与负

积温的关系无法用式(10)或式(11)近似。为了将度日法进一步完善,考虑到冰盖生消不同时期经验系数  $\alpha$  的不同,融冰期太阳辐射的增强与来自水的热通量增多会加剧冰盖的融化,最终将式(12)改写为式(13)的形式:

$$h_i = (h_0^2 + \alpha S)^{1/2} - \beta T^{\theta} \quad (13)$$

式中:  $\alpha, \beta, \theta$  为经验系数;  $T$  为已形成冰盖的天数,  $d$ 。

文献[16]将冰盖与大气之间的热边界层作多层介质处理得出大气-冰盖的传热系数,并将水-冰盖的传热系数视为常数,得到动水冰厚辐射冰冻度日法微分方程

$$-\frac{k_i k_a}{k_a h_i + k_i k_a} T_a dt - \frac{k_w}{h_w} T_w dt - R_n dt = \rho_i L_i dh_i \quad (14)$$

式中:  $\frac{k_i k_a}{k_a h_i + k_i k_a}$  为温变系数;  $\frac{k_w}{h_w}$  为对流换热系数;  $R_n$  为地面净辐射;  $k_w$  为水的导热系数;  $k_a$  为空气的导热系数;  $h_w$  为对流换热系数。

对于不同的冰厚计算方式,目前主要区别在于冰盖与大气、水、太阳辐射等因素之间的热传递过程如何考虑,根据何种方法进行传热系数的计算以及相关参数的率定。目前为了分析简便,大多数的度日法模型中冰盖-水体之间的对流换热系数视为常数进行计算。

## 1.2 冰盖厚度模型

Marsh 等<sup>[20]</sup>通过对 4 种不同传热系数计算方法的比较,发现使用 Colburn 类比法计算的传热系数较为准确。由于水温的时空变化对热通量有重要影响,考虑冰的糙率和高精度测量水温是十分必要的。Sarraff 等<sup>[21]</sup>认为,正确地判断冰层界面处的传热系数,是确定冰盖融化的关键。Colburn 类比法常用于计算封冻河流的冰盖下的热通量,对于冰盖与水之间的热通量  $q_{wi}$  的计算,主要是冰盖与水体之间对流换热系数  $h_{wi}$  的率定 ( $h_{wi} = \frac{k_{wi}}{h}$ )。

通过 Colburn 类比法对对流换热系数  $h_{wi}$  进行计算,并与 Stefan 模型耦合,使用实测数据率定经验系数,最终可得出适用于黄河内蒙古段的冰厚计算模型。

在已知温差数据时,确定传热系数的值是研究对流换热的主要问题,热力学中的对流换热系数  $h_{wi}$  通过下式计算:

$$h_{wi} = Stc\nu \quad (15)$$

式中:  $c$  为比热容,  $J/(kg \cdot ^\circ C)$ ;  $\nu$  为流速,  $m/s$ ,  $St$  为斯坦顿数,无量纲参数,表征对流中的热传递。

Colburn 类比法将糙率引入斯坦顿数

$$St = f_F / 2Pr^{2/3} \quad (16)$$

式中:  $f_F$  为范宁摩擦系数;  $Pr$  为普朗特数。

由于曼宁糙率( $n_i$ )广泛用于有冰盖的河流, 相比于使用范宁摩擦系数( $f_F$ )进行计算, 通过冰盖糙率( $n_i$ )计算更加方便。对于有冰盖的河流, 可使用冰盖糙率( $n_i$ )和最大流速点的深度( $D_0$ )表达斯坦顿数。

$$f_F = \frac{2gn_i^2}{K_M^2 D_0^{1/3}} \quad (17)$$

$$St = \frac{gn_i^2}{K_M^2 Pr^{2/3} D_0^{1/3}} \quad (18)$$

式中:  $g$  是重力加速度,  $m/s^2$ ;  $K_M$  是曼宁的单位换算系数, 结合达西-韦斯巴赫方程可由流速、水力半径、水位、河道坡降等导出  $K_M^{[19]}$ ;  $n_i$  为冰盖糙率;  $D_0$  为最大流速点的深度,  $m$ 。

如果无法确定最大流速点的深度( $D_0$ ), 可以根据总深度( $D$ )、冰盖糙率( $n_i$ )和河床糙率( $n_b$ )来计算斯坦顿数  $St$ 。

$$D_0 = \frac{D}{1 + (\frac{n_b}{n_i})^{3/2}} \quad (19)$$

根据式(19)可以得到第二种形式的斯坦顿数

$$St = \frac{gn_i^2 (1 + (\frac{n_b}{n_i})^{3/2})^{1/3}}{K_M^2 Pr^{3/2} D^{1/3}} \quad (20)$$

Stefan 公式中引入冰水界面的热交换与辐射传热可得

$$\rho_i L_i = \frac{dh_i}{dt} = \frac{k_{ia}(T_m - T_a)}{h_i} - \frac{k_{wi}(T_s - T_w)}{h_i} - \phi \quad (21)$$

对(21)积分可得

$$h_i = \sqrt{\frac{2k_{ia}}{\rho_i L_i} \int_0^t (T_m - T_a) dt} - \sqrt{\frac{2k_{wi}}{\rho_i L_i} \int_0^t (T_s - T_w) dt} - \sqrt{\frac{2}{\rho_i L_i} \int_0^t \phi dt} \quad (22)$$

将公式化简, 得到冰厚与气温、水温的累积度-日数的关系式为

$$h_i = \sqrt{\alpha^2 S_a} - \sqrt{\beta^2 S_b} - \gamma = \alpha \sqrt{S_a} - \beta \sqrt{S_b} - \gamma \quad (23)$$

式中:  $\alpha$ 、 $\beta$  为经验系数, 取值取决于通过 Colburn 类比法得出的传热系数  $k_{wi}$  和具体实测数据;  $\gamma$  为辐射

传热导致的冰厚改变量,  $m$ ;  $S_a$  为气温累积度-日,  $^{\circ}C \cdot d$ ;  $S_b$  为水温累积度-日,  $^{\circ}C \cdot d$ 。

## 2 黄河内蒙古段冰盖厚度模拟

河冰现象受热力学及冰水动力学等因素综合影响, 按其形成过程主要可分为结冰期、封冻期和解冻期。当水温低于冰点  $0^{\circ}C$  时, 河道中的水流由于失热过冷却而产生冰晶, 冰晶随着气温的持续下降聚集发展成为水面冰和水内冰。随着冬季气温的持续降低, 水内冰密度不断增长, 冰花会在弯道和束窄河段形成卡冰, 堆积形成初始冰盖, 至此, 河流进入封冻期。在黄河内蒙古段, 封冻期冰厚约 4~5 个月, 三湖河口至头道拐河段的冰凌灾害最为严重, 最大冰厚可达到 0.5~0.6 m。一般地, 三湖河口至头道拐河段在冬季 11、12 月开始流凌, 翌年的 1、2 月形成稳封冰盖, 3 月开始解冻。以头道拐测站处为例, 2015—2016 年冬季, 头道拐测站于 2015 年 11 月 26 日开始产生流冰花, 随着流冰的增多和岸冰的发展, 2015 年 12 月 17 日以平封的方式形成封冻, 自此进入封冻期, 冰厚从 2015 年 12 月 21 日起的 18 cm, 逐渐增长至 2016 年 2 月 6 日的最大冰厚 54 cm, 维持 5~10 d 后开始消融, 直至 2016 年 3 月 21 日解冻开河。2015—2016 年冰盖生长期为 47 d, 平均每天冰厚增长 0.766 0 cm; 消融期为 42 d, 平均每天冰厚减少 1.285 7 cm。

度日法模型在模拟冰厚变化过程中得到了很好的应用, 但模型中各参数受各地的水文、气象等因素影响而变化, 因此不同测站需要选定适合的参数。以头道拐测站处为例, 根据不同时期的流量、流速、比降等计算出  $K_M^{[19]}$ , 进一步通过式(18)代入糙率、水深等数值计算出斯坦顿数, 最后通过式(15)计算出的对流换热系数率定出式(23)中用于计算冰厚的经验系数。根据内蒙古段三湖河口至头道拐河段所处的地理位置、气候及河道水力条件等特点, 通过巴彦高勒至头道拐河段 4 个测站的原型观测数据对相关参数进行率定, 率定后的模型通过气温、水温数据计算冰厚。

表 1 与表 2 分别为内蒙古河段基本特征与冰盖糙率系数相关数据。表 3 为内蒙古河段头道拐测站冬季相关实测数据。

表 1 内蒙古河段基本特征

Tab. 1 Basic features of Inner Mongolia reach

项目	巴彦高勒	三湖河口	昭君坟	包头	头道拐
河段长/km	204.40	125.90	58.00	115.80	143.10
比降/‰	0.15	0.11	0.09	0.11	0.84

表 2 封冻后不同时间冰盖糙率系数

Tab. 2 Roughness coefficient of ice sheet at different time after freezing

冰盖	1~10 d	11~30 d	31~50 d	≥51 d
无水内冰堆积	0.080~0.040	0.050~0.020	0.030~0.015	0.025~0.015
有水内冰堆积	0.100~0.050	0.060~0.030	0.040~0.025	0.030~0.020

表 3 头道拐测站相关实测数据

Tab. 3 Relevant measured data of Toudaoguai station

日期	流量/(m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	水位/m	流速/(m·s <sup>-1</sup> )	斯坦顿数	比热容/(kJ·kg <sup>-1</sup> ·℃ <sup>-1</sup> )
2015-12-21	230	987.13	0.324	1.309 77×10 <sup>-5</sup>	4.212
2015-12-26	226	987.03	0.376	9.744 08×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-01-01	331	987.42	0.496	5.557 98×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-01-06	374	987.46	0.549	4.533 19×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-01-11	386	987.52	0.566	4.260 10×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-01-16	400	987.57	0.596	3.838 37×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-01-21	375	987.42	0.556	4.423 14×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-01-26	315	987.30	0.494	5.615 92×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-02-01	368	987.48	0.624	3.507 63×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-02-06	352	987.48	0.597	3.832 08×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-02-11	375	987.62	0.635	3.378 15×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-02-16	410	987.73	0.692	2.838 61×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-02-21	425	987.80	0.664	3.078 96×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-02-26	467	987.88	0.679	2.939 96×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-03-01	480	987.91	0.697	2.788 49×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-03-06	500	988.03	0.711	2.673 67×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-03-11	510	988.11	0.693	2.810 11×10 <sup>-6</sup>	4.212
2016-03-16	526	988.23	0.671	2.990 61×10 <sup>-6</sup>	4.212

根据 2015—2017 年巴彦高勒至头道拐河段 4 个测站的原型观测数据,通过冰厚模型对封冻期冰厚进行计算。在 2015—2016 年冬季,头道拐测站与三湖河口测站封冻后形成完整冰盖,而巴彦高勒测站与包头测站形成岸冰冰盖,因此选取了头道拐测站与三湖河口测站的冰厚预测值与测站冰厚实测数据进行对比,结果见图 2。在 2016—2017 年冬季,巴彦高勒测站与包头测站封冻后形成完整冰盖,头道拐测站与三湖河口测站形成岸冰冰盖,因此将巴彦高勒测站与包头测站的冰厚预测值与测站冰厚实测数据进行对比,结果见图 3。从图 2、3 可以看出封冻期预测冰厚与实测冰厚数值之间的误差不大,预测冰厚变化趋势与实测一致。

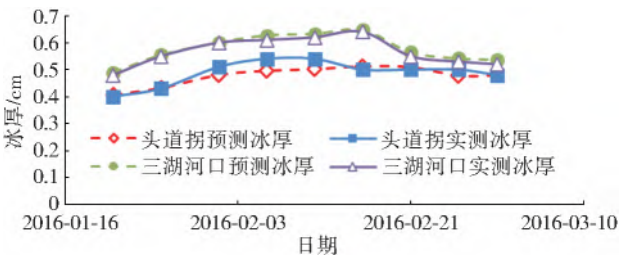


图 2 头道拐站与三湖河口站冰厚预测值和实测值对比  
Fig. 2 Comparison of predicted and measured ice thickness between Toudaoguai station and sanhuhekou station

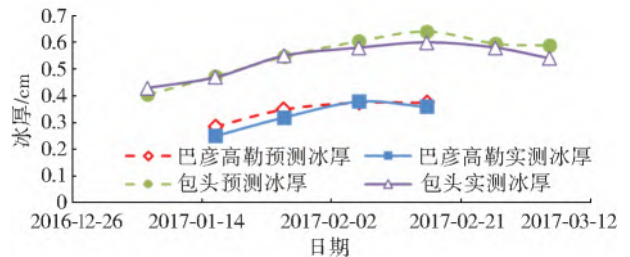


图 3 巴彦高勒站与包头站冰厚预测值和实测值对比  
Fig. 3 Comparison of predicted and measured ice thickness between Bayan Gaole station and Baotou station

以 2015—2016 年头道拐测站附近的冰厚变化为例,将引入 Colburn 类比法的冰厚计算结果与其他公式的冰厚计算结果对比,见表 4。由表 4 可以看出,引入了 Colburn 类比法的冰厚计算模型在计算结果的精度上达到 1.97%,相比于 Stefan 模型的 14.99%、统一度日法模型的 4.77%、动水冰厚辐射冰冻度日法模型的 14.98%,精度有所提升。

### 3 极端天气下的冰盖厚度模拟

气温变化可分为连续变化与不连续变化两种,当气温变化的幅度慢慢增大时,一段时间内气温变化的量变将会引发质变,这里将气温变化幅度较大的现象称为极端天气条件。为研究极端天气条件下的冰盖厚度变化,对 2006—2017 年黄河内蒙古段气温数据进行分析。根据原型观测资料统计,分析气

温数据后发现在极端天气条件下的年份短时间内气温变化更为剧烈,冬季的平均气温也较低。以头道拐测站为例,2006—2017 年黄河内蒙古段头道拐测站的气温数据中,观测期内各年的累积气温值见

图 4。从图 4 可以看出在自 2009 年冬季后,累积气温值呈波动上升的趋势。每年的累积气温值表现了当年冬季的寒冷程度,2009 年冰期头道拐测站处的累积气温值为 $-985.4\text{ }^{\circ}\text{C}$ ,远大于其余年份。

表 4 不同公式计算的冰厚值对比

Tab. 4 Comparison of ice thickness values calculated by different formulas

单位:m

冰厚计算方法	2016-01-21	2016-02-01	2016-02-11	2016-02-21	2016-03-01
Stefan 模型	0.524 1	0.611 0	0.642 2	0.684 0	0.707 1
统一度日法模型	0.494 1	0.571 0	0.592 3	0.564 1	0.567 1
动水冰厚辐射冰冻度日法模型	0.524 1	0.610 9	0.642 3	0.684 0	0.707 0
本文模型	0.489 9	0.600 3	0.632 2	0.564 0	0.536 7
实测	0.480 0	0.600 0	0.620 0	0.550 0	0.520 0

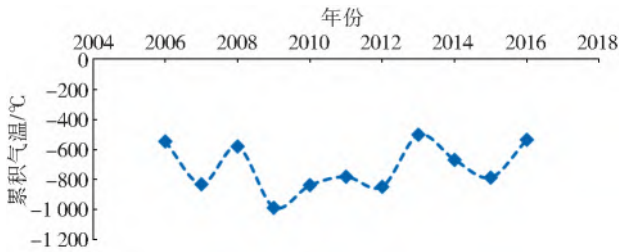


图 4 头道拐测站冬季累计气温变化趋势  
Fig. 4 Cumulative winter temperature variation at Toudaoguai station

将头道拐测站处 2009 年冬季的气温序列与同时期的 2015 年冬季的气温序列做对比,见图 5。在进入冬季后,2009 年冬季的气温序列较 2015 年冬

季的气温序列率先快速下降;开春后,2009 年冬季的气温序列较 2015 年冬季的气温序列回升较慢;在整个冰期,2009 年冬季的气温序列有多次短时间内幅度较大的气温回升与下降,且变化较为剧烈。

通过冰厚模型对头道拐测站处 2009—2010 年封冻期冰厚进行计算,比较极端天气条件下的不同冰厚计算公式的计算结果见表 5。由表 5 可以看出,在极端天气下,封冻期的冰厚变化趋势与正常气温下相似,与其他公式的冰厚计算结果相比,引入 Colburn 类比法的冰厚计算公式在考虑冰下水流热通量对冰层厚度的影响时,因水-冰盖之间的对流换热系数不为常数,在冰厚计算结果的精度上为 7.34%。

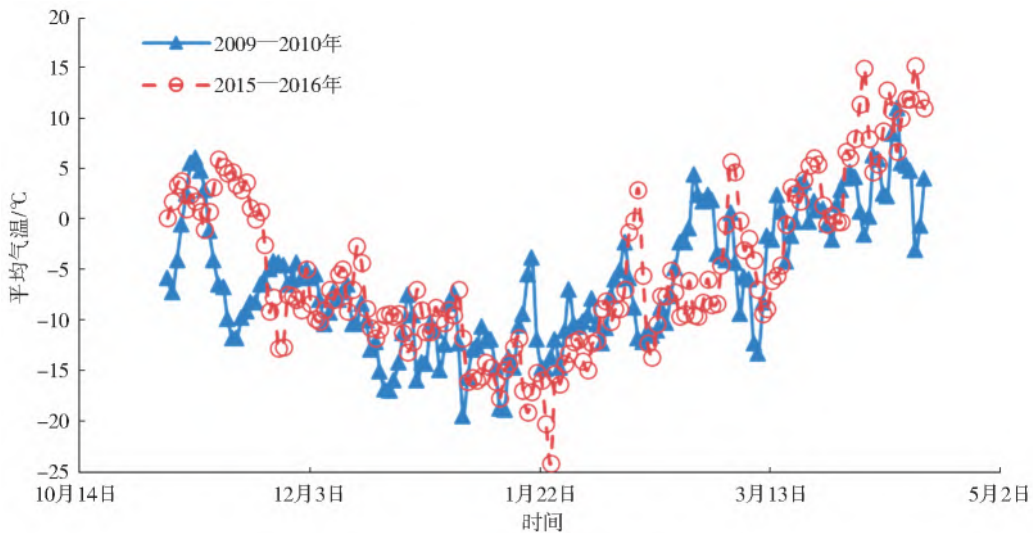


图 5 头道拐测站气温对比  
Fig. 5 Comparison of temperature at Toudaoguai station

表 5 极端天气条件下的冰厚值对比

Tab. 5 Comparison of ice thickness under extreme weather conditions

单位:m

冰厚计算方法	2010-01-21	2010-02-01	2010-02-11	2010-02-21	2010-03-01
Stefan 模型	0.426 1	0.480 7	0.503 1	0.524 2	0.543 0
统一度日法模型	0.411 1	0.460 7	0.478 2	0.494 3	0.508 0
动水冰厚辐射冰冻度日法模型	0.426 1	0.480 7	0.503 2	0.524 3	0.543 0
本文模型	0.441 5	0.471 9	0.513 1	0.536 9	0.521 6
实测	0.390 0	0.520 0	0.540 0	0.540 0	0.480 0

## 4 结 语

通过 Colburn 类比法计算冰盖下的热通量,在热力学方程中引入河流流量、水流流速、水位、河道坡降、冰盖糙率等因素后构建冰厚计算公式,提出了基于 Stefan 公式的度日法冰厚计算模型。采用该模型通过气温、水温数据对 2015—2017 年巴彦高勒至头道拐河段 4 个测站处的冰盖厚度进行了计算,并与不同的冰厚计算公式进行对比。模型计算结果与实测冰厚数据吻合较好,表明该冰厚计算模型适用于黄河内蒙古段的冰厚模拟,可用于此河段不同地点的冰盖厚度变化模拟。

分析 2006—2017 年黄河内蒙古段头道拐测站的气温数据,通过冰厚模型对寒冷程度最冷、冬季累积气温值最大的 2009—2010 年封冻期冰厚进行计算,比较极端天气条件下的不同冰厚计算公式的计算结果,发现极端天气下引入 Colburn 类比法的冰厚计算公式在考虑冰下水流热通量对冰层厚度的影响时,因水-冰盖之间的对流换热系数不为常数,在冰厚计算结果的精度上有所提升。

### 参考文献(References):

- [1] STEPHANE D M, YVES G, MONIQUE B, et al. River predisposition to ice jams: A simplified geospatial model[J]. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 2017, 17(7): 1033-1045. DOI: 10. 5194/nhess-17-1033-2017.
- [2] BELTAOS S. Distributed function analysis of ice jam flood frequency[J]. *Cold Regions Science & Technology*, 2012, 71(2): 1-10. DOI: 10. 1016/j. coldregions. 2011. 10. 011.
- [3] 韦晓伟,张洪波,辛琛,等. 变化环境下流域气象水文要素的相关性演化[J]. *南水北调与水利科技(中英文)* 2020, 18(6): 17-26. (WEI X W, ZHANG H B, XIN C, et al. Correlation evolution analysis of hydro-meteorological elements of the basin under changing environment[J]. *South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology* 2020, 18(6): 17-26. (in Chinese)) DOI: 10. 13476/j. cnki. nsbdqk. 2020. 0112.
- [4] 许琳娟,王远见,李军华,等. 基于长序列的黄河下游游荡性河道河势演变[J]. *南水北调与水利科技(中英文)* 2021, 19(1): 151-157, 197. (XU L J, WANG Y J, LI J H, et al. River regime evolution of the wandering channel in the lower Yellow River based on long sequence [J]. *South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology* 2021, 19(1): 151-157, 197. (in Chinese)) DOI: 10. 13476/j. cnki. nsbdqk. 2021. 0015.
- [5] 可素娟,吕光圻,任志远. 黄河巴彦高勒河段冰塞机理研究[J]. *水利学报*, 2000, 31(7): 0066-0070 (KE S J, LYU G Q, REN Z Y. Study on mechanism of ice jam formation in Bayangaole section of Yellow River[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2000(7): 66-69. (in Chinese)) DOI: 10. 3321/j. issn: 0559-9350. 2000. 07. 012.
- [6] 杨开林. 明渠冰盖下流动的综合糙率[J]. *水利学报*, 2014, 45(11): 1310-1317. (YANG K L. Composite roughness of ice-covered flows in open channels[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 2014, 45(11): 1310-1317. (in Chinese)) DOI: 10. 13243/j. cnki. slxb. 2014. 11. 006.
- [7] ZHAO S X, SHEN H T, SHI X H, et al. Wintertime surface heat exchange for the Inner Mongolia reach of the Yellow River[J]. *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 2020, 56(2). DOI: 10. 1111/1752-1688. 12831.
- [8] STEFAN J. Überdie theorieder eisbildung, insbesondere überdie eisbildung im Polarmeere [J]. *Annalen Der Physik*, 1890, 278(2): 269-286. DOI: 10. 1007/BF01692459.
- [9] BILELLO M A. Maximum thickness and subsequent decay of lake, river and fast sea ice in Canada and Alaska[R]. CRREL Report 80-6, U. S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover, NH, 160 P. 1980.
- [10] MICHEL B. Winter Regime of Rivers and Lakes[R]. Monograph III-B1A, U. S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, 1971, Hanover, N. H, 130pp.
- [11] GREENE G M, OUTCALT S I. A simulation model of river ice cover thermodynamics[J]. *Cold Regions Science & Technology*, 1985, 10(3): 251-262. DOI: 10. 1016/0165-232X(85)90036-9.
- [12] ASHTON G D. Deterioration of floating ice covers [J]. *Journal of Energy Resources Technology*, 1985, 107(2), 177-182. DOI: 10. 1115/1. 3231173.
- [13] SHEN H T, POOJITHA D, YAPA. A unified degree-day method for river ice cover thickness simulation [J]. 1985, 12(1): 54-62. DOI: 10. 1139/l85-006.
- [14] LAL A M, SHEN H T. A Mathematical model for river ice processes[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1993, 117(7): 851-867. DOI: 10. 1061/(ASCE) 0733-9429(1991)117:7(851).
- [15] 张学成,可素娟,潘启民,等. 黄河冰盖厚度演变数学模型[J]. *冰川冻土*, 2002, 24(2): 203-205. (ZHANG

- X C, KE S J, PAN Q M. Mathematical model of ice cover thickness evolution in the Yellow River [J]. Journal of Glaciology and Geocryology, 2002, 24(2): 203-205. (in Chinese)) DOI: 10. 3969/j. issn. 1000-0240. 2002. 02. 017.
- [16] 练继建, 赵新. 静动水冰厚生长消融全过程的辐射冰冻度-日法预测研究 [J]. 水利学报, 2011, 42(11): 1261-1267. (LIAN J J, ZHAO X. Radiation degree-day method for predicting the development of ice cover thickness under the hydrostatic and non-hydrostatic conditions [J]. Journal of Hydraulic Engineering, 2000(7): 66-69. (in Chinese)) DOI: 10. 1007/s11629-011-2067-x.
- [17] SHEN H T. River ice processes [M]. Advances in Water Resources Management. Springer International Publishing, 2016.
- [18] 邓宇, GONCHAROV V, 张宝森, 等. 气温变化对黄河封河期冰厚的影响分析 [J]. 人民黄河, 2019, 41(5): 19-22. (DENG Y, GONCHAROV V, ZHANG B S, et al. Effect of temperature change on ice thickness in ice freeze-up period of Yellow River [J]. Yellow River, 2019, 41(5): 19-22. (in Chinese)) DOI: 10. 3969/j. issn. 1000-1379. 2019. 05. 005.
- [19] LAUNIAINEN J, CHENG B. Modelling of ice thermodynamics in natural water bodies [J]. Cold Regions Science & Technology, 1998, 27(98): 153-178. DOI: 10. 1016/S0165-232X(98)00009-3.
- [20] MARSH P, PROWSE T D. Water temperature and heat flux at the base of river ice covers [J]. Cold Region Science & Technology, 1987, 14(1): 33-50. DOI: 10. 1016/0165-232X(87)90042-5.
- [21] SARRAF S, ZHANG X T. Modeling ice-cover melting using a variable heat transfer coefficient [J]. Journal of Engineering Mechanics, 1996, 122(10): 930-938. DOI: 10. 1061/(ASCE)0733-9399(1996)122:10(930).

### Simulation of ice cover thickness in Inner Mongolia section of Yellow River

WANG Jun, HOU Zhixing

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

**Abstract:** Ice thickness cover is an important index to judge and predict the disaster of ice in the Yellow River. The ice thickening and deglaciation process of the Yellow River during the freeze period is unique. The degree-day model suitable for the Inner Mongolia section of the Yellow River and the typical value of the empirical coefficient depends on the calibration of the field measured data. The heat that affects the thickness of ice cover mainly comes from the heat conduction between ice and atmosphere and the heat transfer between ice and water. The measured data show that the ice thickness varies greatly at different stations, which is not only due to the temperature change but also due to the discharge, velocity, and roughness. Based on the prototype observation data, the ice cover thickness in the Inner Mongolia section of the Yellow River was simulated.

Colburn analogy method is used to calculate the heat flux under the ice cover, the factors such as river flow rate, water flow rate, river level slope and ice cover roughness are taken into account, and a model for calculating ice thickness is employed for degree-day method based on Stefan formula. Relevant parameters of the ice thickness calculation model are calibrated by the prototype observation data of four stations in the Bayangaolei to Toutaoguai reach. The calibrated model could calculate the ice thickness through the air temperature and water temperature data. Taking the ice thickness change near Toudaoguai observation station from 2015 to 2016 as an example, the ice thickness calculation formula introduced by Colburn analogy method is compared with the ice thickness calculation results of other formulas. The temperature data of Toudaoguai Station in the Inner Mongolia section of the Yellow River from 2006 to 2017 is analyzed. The ice thickness model is used to calculate the ice thickness during the freezing period from 2009 to 2010, when the cold degree was the coldest and the accumulated temperature value in winter was the largest. The results of different ice thickness calculation models under extreme weather conditions are compared.

The results show that the ice thickness calculated by the ice thickness model is close to the measured ice thickness value. The accuracy of the improved ice thickness calculation model reaches 1.97%, which is improved compared with 14.99% of Stefan model, 4.77% of the unified degree of the maturity model and 14.98% of dynamic water ice thickness radiation degree of the maturity model. The trend of ice thickness variation is consistent with the measured ice thickness variation trend. According to the accumulated temperature values and the characteristics of the temperature series, the temperature data of Toudaoguai station from 2006 to 2017 is analyzed. After analyzing the temperature data, it is found that the temperature changes in the short period of years under extreme weather conditions are more intense, and the average temperature in winter is also lower. For 2009-2010, when the cold degree was the coldest and the accumulated temperature value in winter was the largest, the accuracy of the model is 7.34%. In extreme weather, the accuracy of the model is higher, and the changing trend of ice thickness in the



freeze period is similar to that in normal temperature.

In most degree-day models, the convective heat transfer coefficient between ice cover and water body is calculated as a constant. The ice thickness calculation formula with the introduction of the Colburn analogy is improved in the accuracy of the ice thickness calculation results because the convective heat transfer coefficient between water and ice cover is not constant when considering the influence of under ice heat flux on the ice thickness. The calculated results of the model are in good agreement with the measured ice thickness data, which indicates that the model is suitable for the simulation of ice thickness in the Inner Mongolia section of the Yellow River, and can be used for the simulation of ice thickness variation at different points in the reach. The ice thickness calculation results of the improved model under both normal and extreme weather conditions maintain high accuracy, and the research results can provide a theoretical basis for the ice thickness calculation in the study area under extreme weather conditions.

**Key words:** ice cover thickness; thermodynamics; degree-day method; Colburn analogy; Yellow River

.....

(上接第 899 页)

chaotic characteristics of the hydrologic process, it is difficult to make accurate forecasting, especially for prediction with longer lead time at monthly or yearly scale.

The similarity model of phase space is a classical prediction approach based on chaos theory. The prediction approach was improved by proposing a quantitative type coupled similarity identification technique. The degree of spatial proximity between two phase points is defined as the "quantity" similarity by the Euclidean distance criterion, while the similarity degree of internal structure between two phase points is defined as the "type" similarity by the accumulated unit-step function. Moreover, a two-objective optimization model based on the quantity-type similarity was established for hydrological prediction within the chaos theory framework and then solved by the tolerant algorithm of stratified sequence. An example was illustrated for the future 12-month rainfall predictions.

Both the original model and improved model were applied to the Danjiangkou reservoir basin for monthly rainfall prediction. The monthly rainfall in 2016 was predicted based on the monthly rainfall data set from 1981 to 2015. The chaotic characteristics were identified and the related parameters (time delay and embedded dimension) were determined by the autoregressive function and G-P algorithm. The similar phase points were selected by the euclidean distance (quantity similarity) in the original model by the coupled "quantity" and "type" similarity in the improved model. For the original model, 6 months showed the absolute of the relative errors less than 25%. For the improved model, 8 months yielded the absolute of the relative errors less than 25%. Compared to the original model, the annual average of absolute values of relative error in monthly rainfall prediction was reduced from 44% to 23%. In contrary to the original model, the correlation coefficient  $R$  was lifted from 0.74 to 0.93. Overall, the improved model had better performance for predicting monthly rainfall in most months.

In conclusion, the "quantitative"- "type" similarity predictive model based on chaos theory is effective and feasible, providing a new way for monthly rainfall prediction. The coupled "quantity-pattern" similarity model was proposed for long-term prediction, and the concept of the model is applicable to hydrological time series forecasting with different lead time scales.

**Key words:** chaos theory; phase space reconstruction; quantity-type coupled similarity prediction; accumulated unit-step function; tolerant algorithm of stratified sequence