

DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdtqk.2019.0001

周念清,李天水,刘铁刚.基于游程理论和 Copula 函数研究岷江流域干旱特征[J].南水北调与水利科技,2019,17(1):01-07.  
ZHOU N Q,LI T S,LIU T G. Research on drought in Minjiang River basin based on the theory of runs and Copula function [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology,2019,17(1):01-07. (in Chinese)

# 基于游程理论和 Copula 函数研究岷江流域干旱特征

周念清<sup>1</sup>,李天水<sup>1</sup>,刘铁刚<sup>2</sup>

(1. 同济大学 水利工程系,上海 200092;

2. 四川大学 水力学与山区河流开发保护国家重点实验室/四川大学 水利水电学院,成都 610065)

**摘要:**为了合理评估区域干旱灾害风险,以岷江流域 14 个气象站 1961—2012 年逐月降水数据为研究对象,以阈值为变量设定 3 种游程截取水平识别干旱,然后利用经拟合优选的 Copula 函数构建干旱历时与干旱烈度的联合分布,并进行概率分析和重现期计算。结果表明:Gumbel Copula 函数对整个流域的拟合效果最优;利用 Gumbel Copula 函数分析二维条件概率  $P(S \leq 60 \text{ mm} | D \geq 3 \text{ 月})$ ,3 种截取水平的发生概率从流域东南到西北递增;联合重现期结果显示流域东北部和南部一带的旱情比中西部严重,而同现重现期结果则显示流域西部的旱情比东部严重;联合重现期比同现重现期的空间分布更稳定,任意一种截取水平下的联合重现期都比较接近。研究结果可为游程理论截取水平设定、Copula 函数优选以及多变量干旱分析提供依据。

**关键词:**游程;截取水平;Copula 函数;岷江流域;干旱

中图分类号:P333 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):



## Research on drought in Minjiang River basin based on the theory of runs and Copula function

ZHOU Nianqing<sup>1</sup>, LI Tianshui<sup>1</sup>, LIU Tiegang<sup>2</sup>

(1. Department of Hydraulic Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China; 2. State Key Laboratory of Hydraulics and Mountain River Engineering, College of Water Resource and Hydropower, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

**Abstract:** In order to assess the risk of regional drought disaster reasonably, we took the monthly precipitation data of 14 meteorological stations in Minjiang River basin from 1961 to 2012 as the research object, and, with threshold as a variable, set three cutting levels according to the theory of runs to identify drought events. Then we used the best fit Copula function to construct the joint distribution of drought duration and severity and analyzed the probabilistic characteristics and return period. The results showed that: Gumbel Copula function demonstrated the best fitness for Minjiang River basin. After the analysis of the spatial distribution of conditional probability  $P(S \leq 60 \text{ mm} | D \geq 3 \text{ months})$ , the results indicated that the probability of occurrence on the three cutting levels increased from the southeast to the northwest of the basin. The results of joint return period demonstrated that the drought in the northeastern and southern parts of the basin was more serious than that in the central and western regions, while the results of co-occurrence return period showed that the drought in the west of the basin was more serious than that in the east. The spatial distribution characteristics of joint return period were more stable than those of co-occurrence return period. The joint return periods of the whole basin on each cutting level were relatively close. This study could provide a basis for setting the cutting level of the theory of runs, choosing optimal Copula function, and conducting multivariate drought analysis.

**Key words:** theory of runs; cutting level; Copula function; Minjiang River basin; drought

收稿日期:2018-09-19 修回日期:2018-10-12 网络出版时间:2018-11-20

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20181116.1520.012.html>

基金项目:国家自然科学基金项目(41272249;41301021)

作者简介:周念清(1964—),男,湖南石门人,教授,博士,主要从事水文水环境方面研究。E-mail: nq.zhou@tongji.edu.cn

干旱是一种发生原因复杂、时空分布多样、影响范围广泛的自然现象,会对区域的生态环境及人类生产生活造成极大的破坏<sup>[1]</sup>。中国历来是一个干旱灾害发生频繁且严重的国家,因旱灾造成的经济损失常年居气象灾害之首<sup>[2]</sup>,因此,研究区域干旱特征能为防灾减灾提供有效的理论支撑。干旱研究常用干旱历时、干旱烈度等干旱变量描述干旱事件<sup>[3]</sup>,这些变量存在一定的相依关系。Copula 函数能将不同干旱变量进行联合拟合,且不会受到干旱变量边缘分布类型的影响<sup>[4]</sup>。国内外学者通过研究表明,Copula 函数能有效地描述干旱变量之间的关系,是多变量干旱分析的可靠方法<sup>[5-6]</sup>。

从干旱指标时间序列中识别干旱事件并分离出干旱变量,是进行干旱特征分析的基础。游程理论<sup>[7]</sup>是一种时间序列分析法,广泛应用于干旱事件的识别,其截取水平大致分为两类,第一类是设定 3 个控制阈值  $R_0$ 、 $R_1$  和  $R_2$ ;第二类是只设定单个阈值,可视为第一类阈值设定方法中 3 个阈值都相等的情况(即  $R_0 = R_1 = R_2$ )。第一类阈值设定方法取得了一些研究成果<sup>[8-9]</sup>,但是研究者针对不同研究内容设定 3 个阈值取值,具有较强的主观性和不确定性。第二类阈值设定方法相对简单,常见的单个阈值有降水量平均值<sup>[10]</sup>、径流序列分位值<sup>[11]</sup>、SPI 指数零值<sup>[12]</sup>、干旱指数的干旱等级<sup>[13]</sup>等,然而此方法却容易对于干旱事件过度识别或将一个连续的长历时干旱打断成几个短历时干旱。由于干旱研究中缺乏对研究方法稳定性和适用性的考虑,会造成对分析结果不确定性的认识不足,进而使分析结果准确性受到影响<sup>[14]</sup>。目前在区域干旱的研究,对游程理论和 Copula 函数的耦合分析相对较少。

本文以岷江流域 14 个气象站 1961—2012 年的逐月降水数据为基础,以降水距平百分率( $P_a$ )为干旱指数,基于游程理论设定 3 种截取水平,从  $P_a$  序列中分离干旱事件的干旱历时和干旱烈度,利用经拟合优选的 Copula 函数构建二者联合分布模型,进一步分析岷江流域在不同截取水平下干旱概率特征及重现期,探究研究方法的合理性和可靠性,以期为区域干旱风险应对提供有益参考。

## 1 材料与研究方法

### 1.1 数据来源

岷江是长江上游一级支流,全长 1 279 km,流域面积约 13.6 万  $\text{km}^2$ ,天然落差约 3 560~3 650 m。岷江上游属高原气候区,中下游属亚热带气候区。气温

与降雨量均随地势由北向南递增,多年平均年降水量 1 093 mm,流域分配不均。14 个气象站 1961—2012 年的逐月降水数据来自于中国气象局国家气象信息中心。采用 SPSS21.0 的 EM 估计(最大期望算法)进行缺失数据的插补<sup>[15]</sup>,再计算出该月降水量。流域内站点分布比较均匀,且边缘都有控制站点,选取的站点基本可以代表整个流域,见图 1。

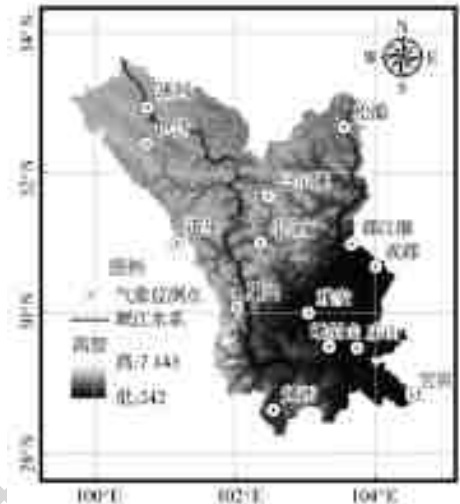


图 1 岷江流域及气象站点分布

Fig. 1 Minjiang River basin and the distribution of meteorological stations

### 1.2 干旱识别

采用游程理论从每个站点的  $P_a$  序列中分离出干旱事件的历时( $D$ )和烈度( $S$ )。干旱历时为该次干旱过程的持续时间,干旱烈度为降水量的总缺乏值(如图 2 中的阴影面积)。根据《气象干旱等级》<sup>[16]</sup>计算  $P_a$  值并确定对应的干旱等级。

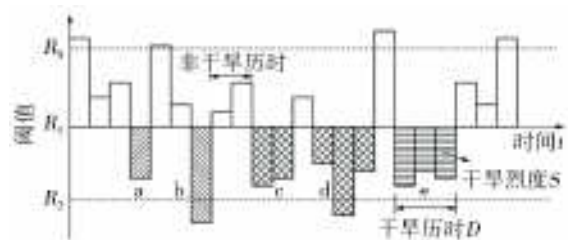


图 2 游程理论的干旱识别

Fig. 2 Drought recognition based on the theory of runs

干旱识别分为以下 3 步<sup>[17]</sup>。(1)初步识别。当  $P_a$  值小于  $R_1$ ,则待定为干旱。(2)剔除非干旱。若干旱仅历时 1 个月(如 a、b),当其  $P_a$  值大于  $R_2$  则认定为非干旱并将其剔除(如 a)。(3)合并干旱。对于仅间隔 1 个时段的两次相邻干旱(如 c 与 d、d 与 e),当该间隔时段的  $P_a$  值小于  $R_0$ (如 c 与 d),则这两次相邻干旱计为 1 次干旱( $c+d$ ), $D_{c+d} = D_c + D_d + 1$ , $S_{c+d} = S_c + S_d$ ;否则为独立的两次干旱(如 d

与 e)。按照以上规则,图 2 中共有 3 次干旱,即 b、c+d、e。为了研究游程理论和 Copula 函数在多维干旱分析中的规律,本文同时设定以下 3 种截取水平。

截取水平 A:  $R_0$  取 0;  $R_1$  取 -30%;  $R_2$  取 -40%。

截取水平 B:  $R_0$  取 0;  $R_1$  取 -25%;  $R_2$  取 -40%。

截取水平 C:  $R_0$  取 0;  $R_1$  取 -20%;  $R_2$  取 -40%。

本文中设定 3 个阈值,并且设置 3 种截取水平,主要有两个依据。(1)既考虑了干旱等级,又兼顾多年同期平均降水量。 $R_0$  皆取为 0,即考虑多年同期平均降水量的  $P_a$  值;  $R_2$  皆取为 -40%,即根据《气象干旱等级》和《旱情等级标准》<sup>[18]</sup> 发生轻旱时的  $P_a$  值。(2)研究干旱特征对于阈值  $R_1$  变化的响应程度。

采用指数分布、Gamma 分布描述干旱历时  $F_D(d)$  和干旱烈度  $F_S(s)$  的边缘分布,并分别使用  $\chi^2$  检验和 K-S 检验评价其拟合优度为<sup>[19]</sup>

$$F_D(d) = 1 - e^{-\lambda d} \quad (1)$$

$$F_S(s) = \int_0^s \beta^{-\alpha} \Gamma^{-1}(\alpha) s^{\alpha-1} e^{-s/\beta} ds \quad (2)$$

式中:  $\lambda, \alpha, \beta$  为待定参数,由矩法估计确定。

### 1.3 Copula 函数

Archimedean Copulas 函数应用广泛,其中又以 Gumbel、Clayton 和 Frank Copula 函数最为常用,本文以这 3 种函数作为待拟合优选的 Copula 函数。令  $u = F_D(d), v = F_S(s)$ , 则 Archimedean Copulas 函数形式为

$$C(u, v) = \varphi^{-1}[\varphi(u) + \varphi(v)], 0 < u, v < 1 \quad (3)$$

式中:  $\varphi$  为函数的生成元。Copula 函数的参数  $\theta$  通过  $\theta$  与 Kendall 相关系数  $\tau$  的关系估取<sup>[9]</sup>。采用 OLS 法、AIC 法和 BIC 法评价 Copula 函数的拟合优度,其值越小, Copula 函数拟合越优<sup>[20]</sup>。

### 1.4 概率分布与重现期

给定  $D \geq d$  条件,干旱烈度  $S \leq s$  的条件概率<sup>[21]</sup>

$$P(S \leq s | D \geq d) = \frac{[F_S(s) - C(u, v)] / [1 - F_D(d)]}{[F_S(s) - C(u, v)] / [1 - F_D(d)]} \quad (4)$$

联合分布的重现期包括联合重现期  $T_0 (D > d \cup S > s)$  和同现重现期  $T_a (D > d \cap S > s)$ <sup>[22]</sup>

$$T_0 = E(L) / P(D \geq d \cup S \geq s) = E(L) / [1 - C(u, v)] \quad (5)$$

$$T_a = E(L) / P(D \geq d \cap S \geq s) = E(L) / [1 - F_S(d) - F_S(s) + C(u, v)] \quad (6)$$

式中:  $E(L)$  为干旱间隔期望,等于干旱历时和非干旱历时期望之和。

## 2 结果与分析

### 2.1 单变量边缘分布

取置信度为  $\alpha = 0.05$ , 对于干旱历时边缘分布, 3 种截取水平下所有站点皆通过了  $\chi^2$  检验; 对于干旱烈度边缘分布, 截取水平 A 的色达站与截取水平 B 的小金站、色达站没有通过 K-S 检验。对比干旱烈度的理论和经验累积分布曲线, 发现未通过 K-S 检验的干旱烈度理论和经验累积分布曲线都有较小的同向偏离。因此, 在不改变分布函数参量的情况下, 本文对未通过检验的干旱烈度理论概率值按  $F_S(s) = F_S(s + 10)$  进行调整, 调整后的干旱烈度都通过了 K-S 检验。

### 2.2 Copula 函数确定

取置信度为  $\alpha = 0.05$ , 各站点的干旱历时与干旱烈度都通过了 Kendall 相关关系评价, 因此每个站点都可以构建二维联合分布函数。经 OLS 法、AIC 法和 BIC 法拟合优度指标评价, 优选出最佳的 Copula 函数, 见表 1。

表 1 岷江流域 14 个站点的最优 Copula 函数

Tab. 1 The optimal Copula function of 14 stations in Minjiang River basin

站点	截取水平 A			截取水平 B			截取水平 C		
	Gumbel	Clayton	Frank	Gumbel	Clayton	Frank	Gumbel	Clayton	Frank
越西			✓			✓			✓
宜宾	✓						✓		
峨眉山	✓						✓		
乐山	✓						✓		
雅安			✓				✓		
康定	✓						✓		
成都	✓					✓	✓		
都江堰	✓						✓		
小金	✓						✓		
道孚			✓			✓	✓		
马尔康	✓					✓	✓		
色达	✓						✓		
松潘			✓			✓			✓
班玛	✓						✓		

根据表 1 得到各截取水平下适用于岷江流域全流域的最优 Copula 函数,其计算结果见表 2。由表 2 可知,Gumbel Copula 函数对大部分站点的拟合较好,其次是 Frank Copula 函数,而没有一个站点的最优 Copula 函数为 Clayton Copula 函数。Gumbel 和 Frank Copula 函数拟合优度评价指标 OLS、AIC 和 BIC 值十分接近,因此,基于对整个岷江流域考虑,各截取水平统一采用 Gumbel Copula 函数作为最优 Copula 函数,据此分析流域干旱特征。

表 2 3 种截取水平下的最优 Copula 函数  
Tab. 2 The optimal Copula function on three cutting levels

截取水平	Gumbel		Clayton		Frank	
	站点数	比例/%	站点数	比例/%	站点数	比例/%
A	10	71.4	0	0	4	28.6
B	9	64.3	0	0	5	35.7
C	12	85.7	0	0	2	14.3

### 2.3 干旱频率空间分析

流域干旱烈度峰值介于 50 ~ 300 mm,同时考

虑对跨季( $D \geq 3$  月)干旱的分析,以  $P(S \leq 60 \text{ mm} | D \geq 3)$  为例,计算站点的二维条件概率  $P(S \leq 60 | D \geq 3)$ ,并结合 ArcGIS10.2 进行空间插值(图 3)。由图 3 可知,3 种截取水平的概率分布较为一致,都呈现从流域东南到西北递增的特点。西北部发生概率超过 0.85,3 种截取水平概率值十分吻合,这是由于该区域海拔较高,多年平均降水较少,而较小的降水量缺乏值即可造成很大烈度的干旱,使得  $P(S \leq 60 | D \geq 3)$  发生概率很高;东南部的发生概率小于 0.85,但是 3 种截取水平的最小概率值具有比较大的差异,截取水平 A、B、C 的最小值约为 0.49、0.40、0.33,这是由于该区域降水量较丰富,干旱烈度( $S \leq 60 \text{ mm}$ )远小于历史最大干旱烈度。由此可知,3 种截取水平的二维条件概率在概率高的区域吻合度较高,在低概率地区吻合度较差,但都能反映出概率分布从东南到西北递增的特征。概率分布特征与流域地形分布较为一致,即海拔越高,概率越大;海拔越低,概率越小。

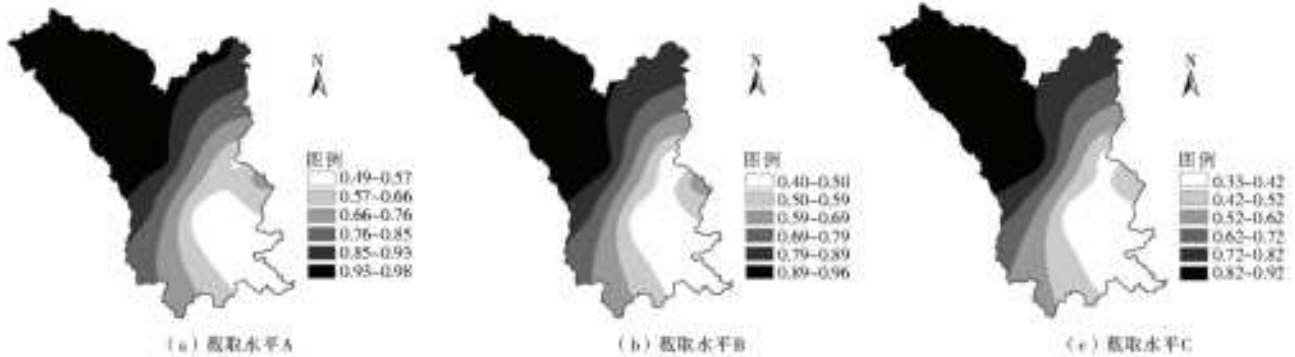


图 3 岷江流域二维条件概率空间分布

Fig. 3 The spatial distribution of two-dimensional conditional probability in Minjiang River basin

### 2.4 联合重现期与同现重现期

给定单变量重现期 50 a,分析岷江流域联合重现期的空间分布,见图 4。对于任意一个站点的联合重现期,3 种截取水平的计算结果相差不超过 3.0 a。对于任意一种截取水平,流域各地区的联合重现期

差值介于 5 ~ 7 a。3 种截取水平的联合重现期空间分布具有大致相同的趋势,表现为流域东北部和南部一带的旱情比中西部严重,空间分布差异最大的区域是旱情较轻的中西部。采用不同的截取水平,流域的联合重现期仍具有良好的稳定性。

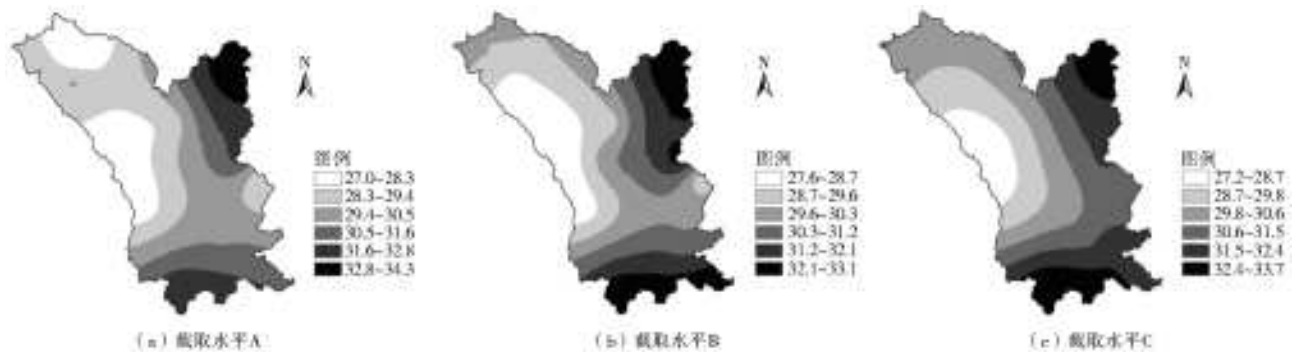


图 4 岷江流域联合重现期空间分布

Fig. 4 The spatial distribution of joint return period in Minjiang River basin

给定单变量重现期 50 a,分析岷江流域同现重现期,见图 5。对于个别站点,3 种截取水平的计算结果差异显著,比如班玛站,3 种截取水平计算的最大值为 318.6 a,最小值为 148.5 a,极差 170.1 a。对于同一种截取水平,不同站点的同现重现期差异也十分显著,比如截取水平 A,最大值出现在班玛站(318.6 a),最小值出现在松潘站(99.5 a),极差 226.1 a。

从图 5 可知,3 种截取水平都表现为流域西部的旱情比东部严重,应特别注意该地区的抗旱工作。

截取水平 C 展现的旱情最轻,流域东部的同现重现期不超过 200 a,旱情最严重的道孚站出现同现重现期为 300 a 左右的干旱;截取水平 A 展现的旱情最严重,相比截取水平 B 和 C,截取水平 A 下的严重干旱区域范围有所扩张,东部地区的同现重现期不超过 235 a,而道孚站和班玛站出现同现重现期接近 330 a 的干旱。截取水平 A 的干旱严重程度比截取水平 C 约高出 7%~9%,远小于两者阈值  $R_1$  的差异(截取水平 A 的  $R_1$  相对截取水平 C 变化 50%)。

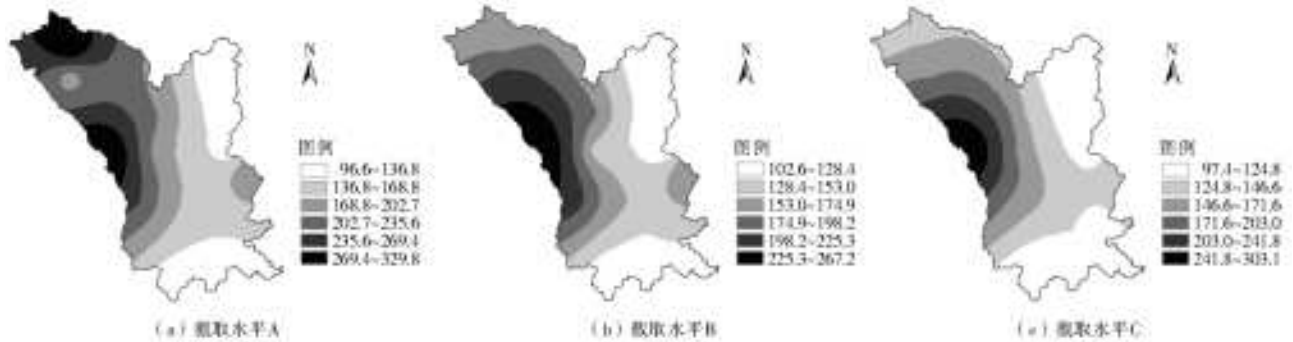


图 5 岷江流域同现重现期空间分布

Fig. 5 The spatial distribution of co-occurrence return period in Minjiang River basin

### 3 讨论

(1)游程阈值  $R_1$  是按照 5% 的梯度取值,揭示了不同截取水平下干旱分析结果的差异性。阈值  $R_1$  的取值梯度不宜过小,以免造成参数估计过程无法体现出截取水平设置的差异。阈值取值梯度过大则可能导致干旱分析不够细致。此外,采用不同的干旱指数、边缘分布函数、参数估计方法等,都会使干旱分析受到影响,但游程理论截取水平的合理设置是干旱分析结果准确有效的基础。

(2)研究中缺乏岷江流域历次干旱实际受旱程度的记录,使得研究结果无法与实际旱情进行印证。岷江流域地形跨越大,多年平均降水量具有很大的地区差异,这对干旱风险的划分具有十分大的影响。流域南部人口稠密、工农业发达,应当更关注该区域较长历时、较大烈度干旱分析的合理性。

(3)选用  $P(S \leq 60 \text{ mm} | D \geq 3 \text{ 月})$  研究流域的跨季干旱频率分布,研究中可增加对跨月 ( $D \geq 1 \text{ 月}$ )、跨半年 ( $D \geq 6 \text{ 月}$ )、跨年 ( $D \geq 12 \text{ 月}$ ) 干旱的分析;此外,由于流域降水分配不均,可另设不同烈度 (S) 的干旱,以对流域的干旱频率作更全面的分析。对于重现期分析,可另设单变量重现期 5 a、10 a、20 a、100 a 研究流域二维重现期的动态变化,更细致地探讨游程截取水平的设定对干旱频率、重现期分析的影响。

### 4 结论

本文设定 3 种游程截取水平,识别降水距平百分率序列中的干旱事件,采用指数分布拟合干旱历时边缘分布,采用 Gamma 分布拟合干旱烈度边缘分布。对于岷江流域,Gumbel Copula 函数在 3 种截取水平下对干旱历时和干旱烈度联合分布的拟合都为最优。据此,以 Gumbel Copula 函数分析岷江流域干旱特征,得到以下结论。

(1)分析了岷江流域二维条件概率  $P(S \leq 60 | D \geq 3)$  的空间分布,3 种截取水平概率分布趋势较为一致,呈现出从流域东南到西北递增的特点。降水较少的西北部,其干旱概率超过 0.85。干旱概率较低的东南部,3 种截取水平计算出的概率值差值较大,而在干旱概率较高的西北部其差值较小。

(2)给定单变量重现期 50 a,对于任意一个站点,3 种截取水平的联合重现期计算结果相差不超过 3.0 a;对于任意一种截取水平,所有站点的联合重现期都比较接近;对于联合重现期的空间分布,流域东北部和南部一带的旱情比中西部严重。对于同现重现期的空间分布,3 种截取水平都表现为流域西部的旱情比东部严重;对于大部分站点的同现重现期,3 种截取水平得出的结果差异小于 9%。

(3)截取水平 A 和 B 游程阈值  $R_1$  值只比截取水平 C 减小 5%、10%,但减幅达到 25%、50%。岷



江流域的二维条件概率在 3 种截取水平下具有相同的趋势,重现期空间分布都能反映旱情强弱地区的相对位置,干旱分析结果的差异远小于阈值  $R_1$  的变化幅度。设定 3 个阈值作为游程理论截取水平,能够避免对于旱识别不全或过度识别,游程理论和 Copula 函数的联合应用,使得干旱分析结果具有良好的稳定性。游程理论截取水平的设定方式,可为区域干旱特征的 Copula 函数分析提供依据。

#### 参考文献(References):

- [1] XU K, YANG D, XU X, et al. Copula based drought frequency analysis considering the spatio-temporal variability in southwest China[J]. Journal of Hydrology, 2015, 527: 630-640. DOI: 10. 1016/j. jhydrol. 2015. 05. 030.
- [2] 王晓峰,胡春艳,卫伟,等. 基于 SPI 的渭北黄土高原干旱时空特征[J]. 生态环境学报, 2016, 25(3): 415-421. (WANG X F, HU C Y, WEI W, et al. Temporal and spatial characteristics of drought based on standardized precipitation index in Weibei loess plateau[J]. Ecology and Environmental Sciences, 2016, 25(3): 415-421. (in Chinese)) DOI: 10. 16258/j. cnki. 1674-5906. 2016. 03. 008.
- [3] 董前进,谢平. 水文干旱研究进展[J]. 水文, 2014(4): 1-7. (DONG Q J, XIE P. Advances in hydrological drought research[J]. Journal of China Hydrology, 2014(4): 1-7. (in Chinese)) DOI: 10. 3969/j. issn. 1000-0852. 2014. 04. 001.
- [4] 于忱,陈隽,王红瑞,等. 多变量 Copula 函数在干旱风险分析中的应用进展[J]. 南水北调与水利科技, 2018(1): 14-21. (YU C, CHEN J, WANG H R, et al. Application progress of multi-variable Copula function in drought risk analysis [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2018, (1): 14-21. (in Chinese)) DOI: 10. 13476/j. cnki. nsb-dqk. 20180003.
- [5] 李明,张永清,张莲芝. 基于 Copula 函数的长春市 106 年来的干旱特征分析[J]. 干旱区资源与环境, 2017(6): 147-153. (LI M, ZHANG Y Q, ZHANG L Z. Analysis on drought characteristics of Changchun City in 106 years based on Copula function[J]. Journal of Arid Land Resources & Environment, 2017(6): 147-153. DOI: 10. 13448/j. cnki. jalre. 2017. 193.
- [6] REDDY M J, SINGH V P. Multivariate modeling of droughts using copulas and meta-heuristic methods [J]. Stochastic environmental research and risk assessment, 2014, 28(3): 475-489. DOI: 10. 1007/s00477-013-0766-2.
- [7] SHIAU J T, SHEN H W. Recurrence analysis of hydrologic droughts of differing severity[J]. Journal of Water Resources Planning and Management, 2001, 127(1): 30-40. DOI: 10. 1061/(ASCE) 0733-9496 (2001) 127:1(30).
- [8] 陆桂华,闫桂霞,吴志勇,等. 基于 copula 函数的区域干旱分析方法[J]. 水科学进展, 2010, 21(2): 188-193. (LU G H, YAN G X, WU Z Y, et al. Regional drought analysis approach based on copula function [J]. Advances in Water Science, 2010, 21(2): 188-193. (in Chinese)) DOI: 10. 14042/j. cnki. 32. 1309. 2010. 02. 004.
- [9] 张玉虎,刘凯利,陈秋华,等. 区域气象干旱特征多变量 Copula 分析: 以阿克苏河流域为例[J]. 地理科学, 2014, 34(12): 1480-1487. (ZHANG Y H, LIU K L, CHEN Q H, et al. Bivariate probability distribution of meteorological drought characteristics in the Aksu basin using Copula [J]. Scientia Geographica Sinica, 2014, 34(12): 1480-1487. (in Chinese)) DOI: 10. 13249/j. cnki. sgs. 2014. 12. 009.
- [10] 李计,李毅,宋松柏,等. 基于 Copulas 函数的多维干旱变量联合分布[J]. 自然资源学报, 2013, 28(2): 312-320. (LI J, LI Y, SONG S B, et al. Multivariate joint distributions of drought variables based on Copulas function [J]. Journal of Natural Resources, 2013, 28(2): 312-320. (in Chinese)) DOI: 10. 11849/ zrzyxb. 2013. 02. 012.
- [11] 肖名忠,张强,陈永勤,等. 基于三变量 Copula 函数的东江流域水文干旱频率分析[J]. 自然灾害学报, 2013, 22(2): 99-108. (XIAO M Z, ZHANG Q, CHEN Y Q, et al. Hydrological drought frequency analysis of East River basin based on trivariate Copulas function [J]. Journal of Natural Disasters, 2013, 22(2): 99-108. (in Chinese)) DOI: 10. 13577/j. jnd. 2013. 0214.
- [12] 肖名忠,张强,陈晓宏. 基于多变量概率分析的珠江流域干旱特征研究[J]. 地理学报, 2012, 67(1): 83-92. (XIAO M Z, ZHANG Q, CHEN X H. Spatial-temporal patterns of drought risk across the Pearl River basin [J]. Acta Geographica Sinica, 2012, 67(1): 83-92. (in Chinese)) DOI: 10. 11821/xb201201009.
- [13] 刘文琨,裴源生,赵勇,等. 区域气象干旱评估分析模式[J]. 水科学进展, 2014, 25(3): 318-326. (LIU W K, PEI Y S, ZHAO Y, et al. Research of the regional meteorological drought assessment analysis model

- [J]. *Advances in Water Science*, 2014, 25(3): 318-326. (in Chinese) DOI: 10.14042/j.cnki.32.1309.2014.03.002.
- [14] 罗艳青,邹滨,邱永红. 华东地区干旱灾害时空演化特征研究[J]. *干旱区资源与环境*, 2013, 27(10): 58-64. (LUO Y Q, ZOU B, QIU Y H. Spatial-temporal evolution characteristics of drought disaster in east China [J]. *Journal of Arid Land Resources & Environment*, 2013, 27(10): 58-64. (in Chinese) DOI: 10.13448/j.cnki.jalre.2013.10.013.
- [15] 刘永林,延军平,岑敏仪. 中国降水非均匀性综合评价[J]. *地理学报*, 2015, 70(3): 392-406. (LIU Y L, YAN J P, CEN M H. Comprehensive evaluation of precipitation heterogeneity in China [J]. *Acta Geographica Sinica*, 2015, 70(3): 392-406. (in Chinese) DOI: 10.11821/xb201201009.
- [16] GB/T 20481—2006, 气象干旱等级[S]. (GB/T 20481—2006, Classification of Meteorological Drought[S]. (in Chinese))
- [17] 李天水,王顺,庄文化,等. 游程理论和 Copula 函数在二维干旱变量联合分布中的应用[J]. *干旱区资源与环境*, 2016, 30(6): 77-82. (LI T S, WANG S, ZHUANG W H, et al. Application of the theory of run and Copula function to the joint distribution of two-dimension drought variables [J]. *Journal of Arid Land Resources & Environment*, 2016, 30(6): 77-82. (in Chinese) DOI: 10.13448/j.cnki.jalre.2016.185.
- [18] SL 424—2008, 旱情等级标准[S]. (SL 424—2008, Standard of Classification for Drought Severity[S]. (in Chinese))
- [19] 左冬冬,侯威,颜鹏程,等. 基于游程理论和两变量联合分布的中国西南地区干旱特征研究[J]. *物理学报*, 2014, 63(23): 53-64. (ZUO D D, HOU W, YAN P C, et al. Research on drought in southwest China based on the theory on run and 2-D joint distribution theory [J]. *Acta Physica Sinica*, 2014, 63(23): 53-64. (in Chinese) DOI: 10.7498/aps.63.230204.
- [20] 余敦先,夏军,杜鸿,等. 黄河流域极端干旱的时空演变特征及多变量统计模型研究[J]. *应用基础与工程科学学报*, 2012(S1): 15-29. (SHE D X, XIA J, DU H, et al. Spatio-temporal analysis and multi-variable statistical models of extreme drought events in Yellow River basin, China [J]. *Journal of basic Science & Engineering*, 2012(S1): 15-29. (in Chinese) DOI: 10.3969/j.issn.1005-0930.2012.s1.002.
- [21] 李计,李毅,宋松柏,等. 基于 Copulas 函数的二维干旱变量联合分布[J]. *水文*, 2012, 32(1): 43-49. (LI J, LI Y, SONG S B, et al. Joint distribution of two-dimension drought variables based on copulas function [J]. *Journal of China Hydrology*, 2012, 32(1): 43-49. (in Chinese) DOI: 10.3969/j.issn.1000-0852.2012.01.009.
- [22] ZHANG L, SINGH V P. Bivariate flood frequency analysis using the copula method [J]. *Journal of Hydrologic Engineering*, 2006, 11(2): 150-164. DOI: 10.1061/(ASCE)1084-0699(2006)11:2(150).