

管道水锤方程的 Crank-Nicolson 离散格式及其工程应用

李娜¹, 金生¹, 丁伟业¹, 王有卿²

(1. 大连理工大学 水利工程学院, 辽宁 大连 116024; 2. 北京市南水北调调水运行管理中心, 北京 110195)

摘要: 为了模拟输水管道的水力过渡过程, 建立了一种新型的有压管水力计算模型。采用有限体积法对一维有压管道水锤方程在空间和时间上进行积分, 同时应用时间中心差分的 Crank-Nicolson 隐式格式对偏微分项进行处理, 得到具有二阶精度且无条件稳定的水锤方程离散格式, 并运用带有解析解的算例验证方法的准确性。通过模拟北京市南水北调惠南庄泵站开、关过程, 可以提前预测出现的压力波动, 及早采取应对措施, 降低有害水锤出现的概率, 减少压力波动带来的不利影响, 使瞬变状态安全过渡到正常运行状态。结果表明此方法具有良好的工程应用性。

关键词: 水锤; 有限体积法; Crank-Nicolson 隐式格式; 南水北调工程

中图分类号: TV 68 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-1683(2015)05-0931-04

Crank-Nicolson discrete form of pipeline water hammer equation and its engineering application

LI Na¹, JIN Sheng¹, DING Weiye¹, WANG Youqing²

(1. School of Hydraulic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. Operation Management Center of South to North Water Diversion of Beijing, Beijing 110195, China)

Abstract: In order to simulate the hydraulic transition process in the pipeline, a new model of hydraulic calculation of pressure pipe was established. The finite volume method was used to conduct the spatial and temporal integrations for the one-dimensional equation of water hammer pressure pipe, the implicit Crank-Nicolson scheme of central difference of time was used to treat the partial differential items, and the discrete format of water hammer equations with the second order accuracy and unconditional stability was obtained. The example with analytic solutions was used to verify the method accuracy. Through the simulation of opening and closing processes of Huinanzhuang pumping station of the South to North Water Diversion Project in Beijing, pressure fluctuation can be predicted, therefore early response measures can be proposed to reduce the occurrence probability of water hammer and the adverse effects of pressure fluctuation, and the transient conditions can be changed into normal operation. The method has good engineering application.

Key words: water hammer; finite volume method; Crank-Nicolson implicit scheme; South to North Water Diversion Project

1 研究背景

当阀门突然开启或关闭、水泵突然停止、骤然启闭导叶时, 由于水的几乎不可压缩性, 在管道中会产生以声速来回传递的压强波, 这种现象称为水锤。水锤产生的瞬时压强可达管道中正常工作压强的几十倍甚至于数百倍, 这种大幅度压强波动, 可导致管道系统强烈振动, 造成给水管道爆裂、水泵及阀门损坏、大量漏水乃至停水, 有时会造成泵站淹毁、泵船沉没, 人身伤亡等。因此分析水锤的发生与发展, 科学地估计可能造成的危害, 及时采取措施, 避免或减少水锤带来的危害, 对于保证水系统的安全运行、制定科学的运行规程

具有重要的意义。

目前, 应用于有压管道瞬变流的数值计算方法包括特征线法(MOC)^[1]、有限差分法(FD)^[2]、有限体积法(FV)^[3]。其中, 应用最为广泛和成熟的是 MOC 法, 它将水锤偏微分方程沿特征线化为常微分方程^[4], 但在遇到计算域内非常数或非均衡克朗数时需要进行修正或不能保证守恒, 通过将时间步长取得很小以满足计算精度。有限体积法是在有限差分的基础上发展起来的, 它把计算域离散分成若干个互不重叠且相连接的规则或不规则形状的单元体, 使得每个控制单元体都包含一个网格点, 对这些单元体进行质量守恒和动量守恒计算, 得到一组单元体特征量为未知量的代数方程组, 并对该方

程组进行离散化, 离散化的方程组结合原问题的初值条件和边界条件可求得问题的数值解^[5]。相比于特征线法, 有限体积法的显著优点是: 对于单个控制单元体或是多个控制单元体组成的区域, 不存在守恒量上的误差, 即使是在比较粗的网格状况下, 也能正确计算间断问题, 满足积分守恒。有限体积法广泛应用^[7-10]以来, 以 Godunov 格式作为主要格式来探索有压管道瞬变流问题。Hwang Yaor Hsin^[6]等基于守恒型格式, 以密度代替水头作为未知量处理方程, 得到具有二阶精度的 Godunov 格式数值解法, 并且还推导出一种有效的 Riemann^[7]解用于解决 Riemann 问题; 耿艳芬等^[8]基于有限体积法建立了管道瞬变流的离散格式, 采用特征分解技术处理界面通量, 建立二阶精度的 TVD 格式, 保证了质量和动量的守恒性。

本文采用有限体积法对有压管道水锤公式在控制体积内进行积分后, 在一定的时间间隔内对其积分, 从而得到一种基于有限体积法的水锤公式的离散格式。由于采用中心差分格式, 因而具有二阶计算精度, 计算无条件稳定。通过带有解析解的实例验证该方法模拟水锤问题的准确性, 并将其应用于北京市南水北调惠南庄泵站流量调试过渡过程, 计算结果表明此方法具有良好的工程应用性。

2 控制方程及其离散

2.1 控制方程

求解一维有压管道水锤问题的控制方程是连续方程和运动方程。

$$\text{连续方程: } \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\text{运动方程: } g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{f|Q||Q|}{2DA^2} = 0 \quad (2)$$

式中: H 为测压管水头(m); t 为时间变量(s); g 为重力加速度(m/s^2); A 为管道面积(m^2); Q 为流量(m^3/s); x 为沿管轴线的距离(m); f 为摩擦系数; D 为管道直径(m); c 为水锤波的传播速度, 计算公式如下:

$$c = \frac{\sqrt{\frac{K}{\rho}}}{\sqrt{1 + \frac{K}{E} \cdot \frac{D}{\delta}}} \quad (3)$$

式中: K 为液体的体积模量(MPa); δ 为管壁厚度(m); E 为管材的弹性模量(MPa); ρ 为液体的密度(kg/m^3)。

2.2 数值离散

离散采用内节点有限体积法, 以单元的中心作为存储变量的位置。式(1)、式(2)中水头和流量与位置、时间有关, 因此采用控制体节点和时间方形离散网格, 见图 1。

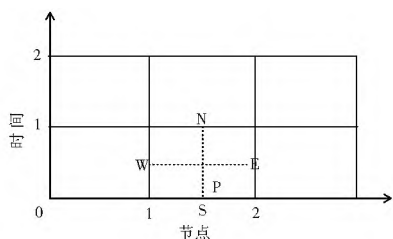


图 1 控制体积划分

Fig 1 Partition of control volume

将连续方程在单元 P 上从时间 t 到 $t + \Delta t$ 进行积分:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{\partial H}{\partial t} dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{c^2}{g} \frac{\partial Q}{\partial x} dV dt = 0 \quad (4)$$

由高斯公式, 式(4)可写成

$$\int_{\Delta V} \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial H}{\partial t} dt \right) dV + \frac{c^2}{gA} \int_t^{t+\Delta t} \left(\int_A n Q dA \right) dt = \int_{\Delta V} \left(\int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial H}{\partial t} dt \right) dV + \frac{c^2}{g} \int_t^{t+\Delta t} (Q_E - Q_W) dt = 0 \quad (5)$$

其中: $\Delta V = A \Delta x$

式中: A 为控制体表面积; ΔV 为控制体体积; n 为控制体表面外法线方向单位矢量; Q_E 、 Q_W 分别为图 1 中 E、W 点的流量。

$$\text{取 } \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{H_2^N - H_1^N}{\Delta t} = \frac{H_2^0 + H_1^1}{2\Delta t} - \frac{H_1^0 + H_2^1}{2\Delta t}, Q_E = \frac{Q_2^0 + Q_2^1}{2},$$

$Q_W = \frac{Q_1^0 + Q_1^1}{2}$, 其中 H_1^0 、 H_1^1 分别为 t 、 $t + \Delta t$ 时刻的 1 点水头值; H_2^0 、 H_2^1 分别为 t 、 $t + \Delta t$ 时刻的 2 点水头值; Q_1^0 、 Q_1^1 分别为 t 、 $t + \Delta t$ 时刻的 1 点流量值; Q_2^0 、 Q_2^1 分别为 t 、 $t + \Delta t$ 时刻的 2 点流量值。则式(5)可写为

$$\frac{\Delta V}{2} [(H_2^1 + H_1^1) - (H_2^0 + H_1^0)] + \frac{c^2 \Delta t}{2g} [(Q_2^1 - Q_1^1) + (Q_2^0 - Q_1^0)] = 0 \quad (6)$$

同理, 对于运动方程, 在控制体体积内从 t 到 $t + \Delta t$ 积分:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} g \frac{\partial H}{\partial x} dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{f|Q||Q|}{2DA^2} dV dt = 0 \quad (7)$$

其中,

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} g \frac{\partial H}{\partial x} dV dt = \frac{gA \Delta t}{2} [(H_2^1 - H_1^1) + (H_2^0 - H_1^0)] \quad (8)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} dV dt = \frac{\Delta V}{2A} [(Q_2^1 + Q_1^1) + (Q_2^0 + Q_1^0)] \quad (9)$$

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{\Delta V} \frac{f|Q||Q|}{2DA^2} dV dt = \frac{f|Q||Q|}{2DA^2} \Delta V \cdot \Delta t \quad (10)$$

上式的未知数 Q 采用半隐格式:

$$|Q||Q| = \frac{Q_1^1 + Q_2^1}{2} \left| \frac{Q_1^0 + Q_2^0}{2} \right| \quad (11)$$

因此, 连续方程和运动方程可以写成如下离散方程:

$$\Delta V [(H_2^1 + H_1^1) - (H_2^0 + H_1^0)] + \frac{c^2 \Delta t}{g} [(Q_2^1 - Q_1^1) + (Q_2^0 - Q_1^0)] = 0 \quad (12)$$

$$gA \cdot \Delta t [(H_2^1 - H_1^1) + (H_2^0 - H_1^0)] + \Delta x [(Q_2^1 + Q_1^1) - (Q_2^0 + Q_1^0)] + \frac{f(Q_1^1 + Q_2^1)|Q_1^0 + Q_2^0|}{4DA} \Delta x \cdot \Delta t = 0 \quad (13)$$

在推导控制方程时采用的是对时间中心差分的 Crank Nicolson 隐式格式, 计算精度可达到二阶精度, 无条件稳定。

3 模型验证

图 2 所示为一刚性有压管道, 管道长 $L = 1000 \text{ m}$, 管道直径 $D = 0.2 \text{ m}$, 管中波速 $c = 1000 \text{ m/s}$, 假设图中系统为理想状态, 不考虑水的黏滞阻力, 即无能量损失。刚开始, 管右端阀门部分打开, 管道中水流流速为 $v_0 = 2 \text{ m/s}$, 初始水头为 $H_0 = 1 \text{ m}$ 。阀门突然关闭, 管道中将产生水锤现象, 则由水锤产生的水头改变量理论值为 $\Delta H = \frac{c \cdot \Delta v}{g} = \frac{1000 \times 2}{10} =$

200 m。设置离散控制长度为 1 m, $N = 1\,000$, 时间步长为 0.001 s, 计算步数 20 000 步, 模拟推进时间 20 s。由于不考虑摩擦水头损失, 计算中的水头损失均为数值耗散引起, 由此可以衡量算法的数值特性。

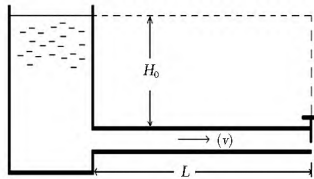


图 2 模型验证示意图

Fig. 2 Schematic diagram of the model verification

图 3、图 4 是利用有限体积法求得的阀门处、管线中点处的压强水头计算值与理论值的对比。从图中可以看出水锤水位最大值(H_{max})、最小值(H_{min})以及水锤周期 T 的计算值与理论值吻合较好, 说明推导出的有限体积的离散方法是正确的, 且精度很高。

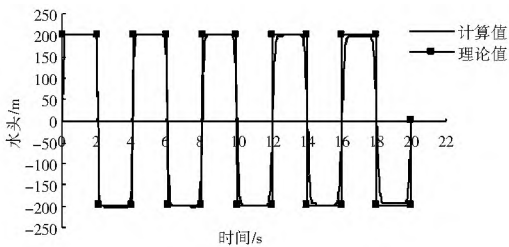


图 3 阀门处压强水头

Fig. 3 Pressure head traces at $x = 995\text{ m}$

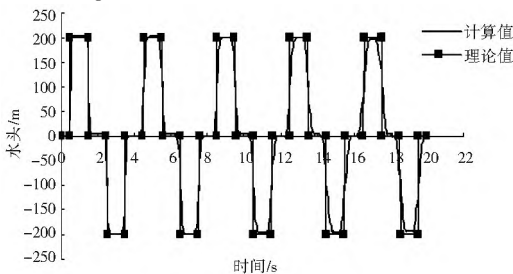


图 4 管线中点处压强水头

Fig. 4 Pressure head traces at $x = 500\text{ m}$

图 5 描述的是水槽处压强水头变化, 左端点的第一次水头变化是在第一个正压强波从右侧传递过来时导致的, 该过程时间 1 s 左右, 与图中 x 坐标方向吻合。而由于水槽内与管内的水头差, 流向迅速改变, 负压强波在很短的时间内迅速形成, 左端水头还没达到 200 m 的峰值, 就迅速下降, 因此图 5 的水位峰值远不到 200 m。

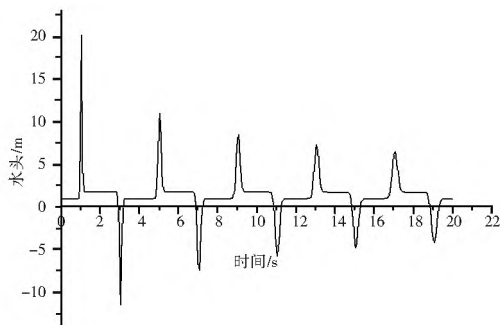


图 5 水槽处压强水头

Fig. 5 Pressure head traces at $x = 5\text{ m}$

4 模型应用

4.1 工程背景

南水北调中线工程是实现我国水资源优化配置, 从根本上缓解京津华北地区水资源严重短缺状况的特大型基础设施。南水北调中线京石段应急供水工程(北京段)(图 6)位于南水北调中线工程末端, 全长约 80 km。工程任务是将上游南水北调中线工程总干渠来水, 通过北拒马河渠首枢纽的连接与控制, 经输水暗渠穿越北拒马河中、北支, 至惠南庄泵站, 经加压泵站扬水, 通过预应力钢筒砼管(PCCP)输水管道输水至大宁调压池, 再通过永定河倒虹吸、卢沟桥暗涵、西四环暗涵、团城湖明渠输至北京段终点团城湖, 实现北京段总干渠管涵输水。

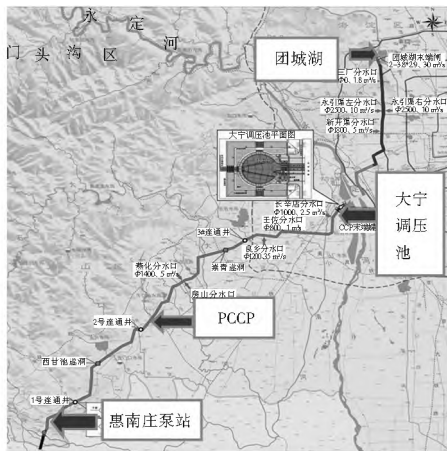


图 6 北京市南水北调中线工程

Fig. 6 The Middle Route Project of South to North Water Diversion Project in Beijing

以惠南庄泵站调试阶段, 惠南庄至大宁调压池段 PCCP 输水管道为研究对象, 建立水动力模型。惠南庄泵站共设 8 台卧式单级双吸离心泵机组, 6 工 2 备, 单机流量 $10\text{ m}^3/\text{s}$, 变频调速运行; 输水干线为 2 排内径 4.0 m 的 PCCP 管, 管道承受内压大, 埋置深, 特别是直径 4 米的 PCCP 在国内尚无实际应用的先例, 其制造、安装均具有国内领先水平; 大宁调压池工程位于大宁水库副坝下游, 上游接惠南庄至大宁输水干线(PCCP), 下游为永定河倒虹吸进口, 主要作用是调节供水水位、供水流量并承担进城段和南干渠段输水工程的分水任务, 遇下游输水工程发生事故时, 可为上游惠南庄泵站提供应急调整运行工况的时间, 调度中多余的水量可退至大宁水库。

4.2 工况模拟

在惠南庄泵站进行加压调试期间, 输水管道保持有压输水状态, 泵站逐级开启与关闭。水厂流量保持不变, 其中第三水厂分水 $2.6\text{ m}^3/\text{s}$, 城子水厂分水 $2.53\text{ m}^3/\text{s}$, 田村山水分水 $2.08\text{ m}^3/\text{s}$, 第九水厂分水 $4.78\text{ m}^3/\text{s}$, 调试期间多余的水量全部分配给大宁水库。此时大宁水库初始水位为 55.5 m, 团城湖初始水位为 49 m。

模型分别模拟了在惠南庄泵站逐级开启、关闭调试期间, 惠南庄单台泵流量为 $9\text{ m}^3/\text{s}$, 启、关泵时间分别为 200 s 与 250 s, 两台泵之间的间歇时间分别为 200 s、300 s、400 s 的几种工况, 以寻求最佳开、关泵时间, 使管道承受的压力最

小,保证管道安全运行。

工况 1 情况下 PCCP 单管起点处的边界条件见图 7,惠南庄泵站在工况 1 运行情况下 PCCP 管在最不利点处的水位过程见图 8,6 种不同工况下的计算结果汇总表 1。

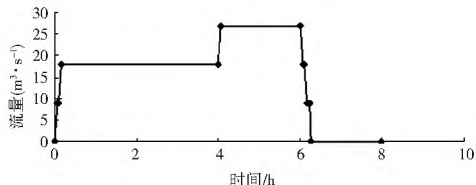


图 7 PCCP 单管边界条件

Fig. 7 Boundary conditions of PCCP single tube

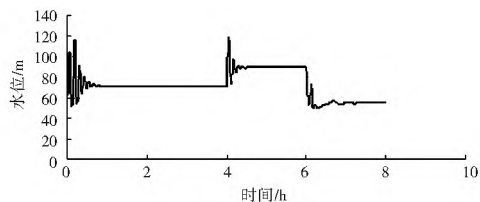


图 8 PCCP 管最不利点 (HD₀+ 191.598) 水位过程

Fig. 8 Water level process at the most unfavorable point (HD₀+ 191.598) of PCCP pipe

从表 1 中可以看出:泵开启时间越快,PCCP 管道承受的最大水压力越大,是正常工况下管道最大水压力的 1.01~ 1.20 倍,小于极限要求的 1.4 倍,管道能保持安全运行;泵关闭时间越快,PCCP 管道承受的负压越大,由于总线控制管道承受的负压不超过 3.5 m,只有工况 6 满足要求;当泵开、关时间一定时,并不是泵间稳定时间越长,PCCP 管道承受的压力就越小,只有三者有效组合,才能降低管道压力,保证管道安全运行。综合以上因素,建议选择工况 6 为最终运行方案。

5 结论

本文采用有限体积法对一维有压管道水锤方程在空间和时间上进行积分,从而得到了水锤方程的离散格式,并运用带有解析解的算例进行验证该方法的正确性,然后应用到南水北调中线京石段应急供水工程,建立了惠南庄至大宁段水动力模型,模拟了惠南庄泵站调试运行期间产生的水锤现象。计算结果表明惠南庄泵开、关时间 250 s,间歇时间 400 s 时对管道运行最有利,此结果对有关部门的调度具有指导意义。

表 1 工况计算结果汇总

Tab. 1 Calculation results for all working conditions

工况	单泵开启时间/s	单泵关闭时间/s	泵间稳定时间/s	PCCP 管水头/m		不利点管底高程/m	压力水头/m		正常工况最大压力水头/m	计算值/设计值
				最大值	最小值		最大值	最小值		
1	200	200	200	119.20	49.52	53.33	65.87	-3.81	59.43	1.11
2	200	200	300	121.60	47.95	53.33	68.27	-5.38	59.43	1.15
3	200	200	400	124.70	49.29	53.33	71.37	-4.04	59.43	1.20
4	250	250	200	119.06	49.57	53.33	65.73	-3.76	59.43	1.11
5	250	250	300	118.70	49.51	53.33	65.37	-3.82	59.43	1.10
6	250	250	400	113.46	50.09	53.33	60.13	-3.24	59.43	1.01

参考文献(References):

[1] Streeter V L, E B Wylie, Fluid Transients [M]. New York: McGraw-Hill, 1978.

[2] 水鸿寿. 一维流体力学差分方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 1998. (SHUI Hong shou. One dimensional fluid dynamics differential method[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1998. (in Chinese))

[3] 谭维炎. 计算浅水水动力学有限体积法的应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998. (TAN Wei yan. Calculation of shallow water dynamics The application of finite volume method[M]. Beijing: Tsinghua University press, 1998. (in Chinese))

[4] Wylie E B, Streeter V L. Hydraulic Transient [M]. 清华大学流体传动与控制教研室, 译. 北京: 水利电力出版社, 1983.

[5] 李人宪. 有限体积法基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 2005. (LI Ren xian. Finite volume based approach[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2005. (in Chinese))

[6] Hwang Yao Hsin, Chung Nier Mien. A fast Godunov Method for the Water-hammer Problem[J]. International Journal for Numerical Methods in Fluids, 2002, 40(6): 799-819.

[7] 张德良. 计算流体力学教程[M]. 北京: 高等教育出版社, 2010. (ZHANG De liang. CFD Tutorial[M]. Beijing: Higher Education Press, 2010. (in Chinese))

[8] 耿艳芬, 王志力, 金生. 基于有限体积水锤方程的 Godunov 格式离散[J]. 计算力学学报, 2007, 24(4): 513-518. (GENG Yar fen, WANG Zhi li, JIN Sheng. A Godunov method for water hammer problem based on finite volume method[J]. Journal of Computational Mechanics, 2007, 24(4): 513-518. (in Chinese))

[9] 周云龙, 李书芳, 刘帅等. 长距离浆体输送管道串联泵系统的停泵水锤研究[J]. 水动力学研究与进展, 2013, 28(1): 48-55. (ZHOU Yun long, LI Shu fang, LIU Shuai. Study on pump failure water hammer in long distance slurry pipeline with tandem pump system[J]. Journal Of Hydrodynamics, 2013, 28(1): 48-55. (in Chinese))

[10] 唐均, 张洪明, 王文全. 长距离有压输水管道系统水锤分析[J]. 水电能源科学, 2010, 28(2): 82-84. (TANG Jun, ZHANG Hong ming, WANG Wen quan. Analysis of the water hammer in long pressure pipe water supply system[J]. Water Resources and Power, 2010, 28(2): 82-84. (in Chinese))

[11] 林琦, 刘志勇, 刘梅清. 长管道输水系统停泵水力过渡过程分析与防护[J]. 中国农村水利水电, 2011(2): 139-141. (LIN Qi, LIU Zhi yong, LIU Mei qing. An analysis of pump stopping hydraulic transient in long pipe water supply system and its protection[J]. China Rural Water and Hydropower, 2011(2): 139-141. (in Chinese))

(下转第 945 页)

- water prospecting[J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2004, 1(4): 344-348. (in Chinese)
- [10] 徐新学. 大地电磁测深法在深部矿产资源调查中的应用[J]. 物探与化探, 2011, 25(1): 17-23(XU Xin Xue. The application of mangle to telluric sounding to the investigation of ore resources at depth[J]. Geophysical & Geochemical Exploration, 2011, 25(1): 17-23. (in Chinese))
- [11] 武毅, 郭建强, 朱庆俊. 宁南深埋岩溶水勘查的物探新技术[J]. 水文地质工程地质, 2001, 28(2): 45-48(WU Yi, GUO Jianqiang, ZHU Qingjun, et al. New techniques application in the exploration of Ningnan deep seated karst waters[J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2001, 28(2): 45-48. (in Chinese))
- [12] 吴有信, 韩东亚, 王琦. 煤矿深部开采地质保障中的综合物探技术应用[J]. 工程地球物理学报, 2009, 6(1): 57-62. (WU Youxin, HAN Dongya, WANG Qi. Application of integrative geophysical exploration in deep Coal mining for mine geological assurance system[J]. Chinese Journal of Engineering Geophysics, 2009, 6(1): 57-62. (in Chinese))
- [13] 陆基孟, 王永刚. 地震勘探原理[M]. 北京: 中国石油大学出版社, 2011. (LU Jiyong, WANG Yonggang. The principle of seismic exploration[M]. China University of Petroleum Press, Beijing, 2011. (in Chinese))
- [14] 王振东. 浅层地震勘探应用技术[M]. 北京: 地质出版社, 1988. (WANG Zherong. Shallow seismic exploration and application of technology[M]. Geological Publishing House, Beijing, 1988. (in Chinese))
- [15] 刘祖珉, 雷宛, 鲁红英, 等. 浅层地震反射波法在某重大工程预选厂址中的应用[J]. 成都理工大学学报: 自然科学版, 2006, 33(4): 345-348. (LIU Zumin, LEI Wan, LU Hongying, et al. The application of shallow seismic reflection in preselecting the location of a major engineering project[J]. Journal of Chengdu University of Technology: Science and Technology Edition, 2006, 33(4): 345-348. (in Chinese))
- [16] 任政委, 武毅, 孙党生, 等. 高干扰环境下西安市地裂缝勘查新方法[J]. 物探与化探, 2011, 35(1): 75-79. (REN Zhengwei, WU Yi, SUN Dangsheng, et al. A new method for ground fissure exploration in the high interference environment of Xi'an city[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2011, 35(1): 75-79. (in Chinese))
- [17] 吴璐莘, 石昆法, 李荫槐, 等. 可控源音频大地电磁法在地下水勘查中的应用研究[J]. 地球物理学报, 1996, 39(5): 712-717. (WU Luping, SHI Kunfa, LI Yinhuai, et al. Application of CSAMT to the search for groundwater[J]. Chinese Journal of Geophysics, 1996, 39(5): 712-717. (in Chinese))
- [18] 刘保金, 朱金芳, 等. 城市活断层探测的高分辨率浅层地震数据采集技术[J]. 地震地质, 2002, 24(4): 524-532. (LIU Baojin, ZHU Jinfang, et al. Acquisition technique of high resolution shallow seismic data for surveying of urban active faults[J]. Seismology and Geology, 2002, 24(4): 524-532. (in Chinese))
- [19] 王辉, 丁志峰. 浅层地震勘探资料处理中的速度分析参数选取[J]. 地震地质, 2006, 28(4): 597-603. (WANG Hui, DING Zhifeng. Parameters selection for velocity analysis in shallow seismic data processing[J]. Seismology and Geology, 2006, 28(4): 597-603. (in Chinese))
- [20] 施龙青, 翟培合, 魏久传, 等. 三维高密度电法工作面探水技术的应用[J]. 山东科技大学学报: 自然科学版, 2008, 27(6): 1-4. (SHI Longqing, ZHAI Peihe, WEI Jiuchuan, et al. Application of 3D high density electrical technique in detecting the water enrichment of strata[J]. Journal of Shandong University of Science: Technology Natural Science, 2008, 27(6): 1-4. (in Chinese))
- [21] 赵光荣. 基于EH4电磁成像系统的煤矿采空区探测技术[J]. 煤炭科学技术, 2009, 37(11): 110-112(ZHAO Guangrong. Mine goal survey technology based on EH4 electromagnetic image system[J]. Coal Science and Technology, 2009, 37(11): 110-112. (in Chinese))

(上接第934页)

- [12] 赵修龙, 张健, 俞晓东. 基于有限体积法的有压管道水锤计算[J]. 水电能源科学, 2014, 32(2): 164-166. (ZHAO Xiulong, ZHANG Jian, YU Xiaodong. A finite volume method for water hammer calculation in pressure pipes[J]. Water Resources and Power, 2014, 32(2): 164-166. (in Chinese))
- [13] GUINOT V. Riemann solvers for water hammer simulation by Godunov method[J]. Int J numer Meth Eng, 2009, 49: 851.
- [14] TORO E F. Shock-Capturing Methods for Free Surface Shallow Flows[M]. John Wiley & Sons Inc, 2005.
- [15] MING Z. MOHAMED S G. Godunov type solutions for water hammer flows[J]. J Hydr Eng, 2004, 4: 341.
- [16] 刘韩生, 樊书刚, 张丹, 等. TVD格式在水击数值模拟中的应用[J]. 水力发电学报, 2010, 29(4): 107-112. (LIU Hansheng, FAN Shugang, ZHANG Dan, et al. Numerical simulation of water hammer with TVD scheme[J]. Hydroelectric Engineering, 2010, 29(4): 107-112. (in Chinese))