

# 高应力下西安含水层砂土蠕变特性的试验研究

孙晓涵, 崔向美

(长安大学 地质工程与测绘学院, 西安 710054)

**摘要:** 针对西安市地面沉降研究, 运用自行研制的高压固结仪, 选取了西安市含水层具有代表性的中细砂样, 模拟承压含水层的深部的应力环境和水位变化, 进行了高应力状态下的一维蠕变试验研究。试验结果表明: 西安中细砂的蠕变特征除了受有效应力大小影响外, 还与砂土所受应力历史有关。在承压水位下降的情况下, 西安中细砂的压缩变形具有显著的蠕变特征; 而在承压水位上升情况下, 中细砂发生膨胀过程蠕变不明显。根据试验前后激光粒度分析曲线和电镜扫描对比, 砂土的蠕变除了和土颗粒间的滑移错动有关外, 还和砂土颗粒的破裂有关。在总结试验规律和变形机理的基础上, 提出了适合于西安市中细砂蠕变特性的广义 Kelvin 模型。模型识别得到的广义 Kelvin 模型的 5 个参数并不是常数, 而是随着应力水平的不同呈现出一定的规律变化性。

**关键词:** 砂土蠕变; 水位下降; 地面沉降; 微观机理; 本构模型; 蠕变参数

**中图分类号:** TU47    **文献标志码:** A    **文章编号:** 1672-1683(2015)06-1133-05

## Experimental research on creep characteristics of aquifer sand sediments in Xi'an under high stress

SUN Xiaohan, CUI Xiangmei

(School of Geology Engineering and Surveying, Chang'an University, Xi'an 710054, China)

**Abstract:** For a better understanding of the mechanism of land subsidence in Xi'an, a high stress consolidation system was designed, and several tests on the medium to fine grained sand sediments were conducted under different stresses. The variations of overlying pressure and water table of confined aquifer were simulated using the system, and one dimensional creep deformation tests were conducted under high stress. The results showed that (1) the creep characteristics of aquifer sand is not only affected by the magnitude of effective stress but also the stress history; (2) when the confined water level decreases, the compressive deformation of sand samples shows obvious creep characteristics; (3) when the confined water level increases, the sand samples begin to expand but the creep characteristics are insignificant; and (4) according to the comparison of laser granularity analysis curve and scanning electron microscope before and after the tests, the creep deformation of aquifer sand is not only related to the slip dislocation but also the fracture of sand sediments. The generalized Kelvin model was proposed to characterize the creep deformation of aquifer sand in Xi'an based on the summary of experiments and deformation mechanism. The five rheological parameters in the generalized Kelvin model were not constant but varied with the effective stress.

**Key words:** creep deformation of sand; decrease of water level; land subsidence; microscope mechanism; constitutive model; creep parameter

长期过量开采地下水使西安市发生了严重的地面沉降灾害。截止 2008 年, 西安市最大累计沉降量已超过 3 m。在地面沉降研究早期, 学者们通常认为地面沉降中绝大部分沉降量是由黏性土层的压缩所造成的, 砂土等粗颗粒发生压缩变形可以忽略不计<sup>[1-4]</sup>。随着监测资料的积累及研究的深入, 学者们逐渐认识到, 在地面沉降过程中, 砂层和黏性土层的作用并不是截然分开的。虽然两者在压缩性上有一定差别, 但由于地下水开采井通常设置在砂层较厚的地区。在地下水水位波动影响的深度范围内, 地层中砂层的累计厚度可能

很大, 导致砂层和黏性土层的压缩量也在同一个数量级上<sup>[5-6]</sup>, 在地面沉降的计算中须加以考虑<sup>[7]</sup>。

在地面沉降中, 由于发生压缩的地层通常位于地下深部, 处于高围压的状态。地下水开采导致的有效应力变化相对缓慢且具有周期性的特点, 与常规固结试验的加卸载具有明显的不同。因此, 原位应力状态下的砂层的变形特征和常规加载条件下砂土的变形特征有显著的差异<sup>[8]</sup>。在高应力状态下, 砂土的变形除取决于有效应力的大小和施加的顺序外, 还与时间有关, 变形具有显著的蠕变特性<sup>[9-10]</sup>。

收稿日期: 2015-07-05    修回日期: 2015-10-20    网络出版时间: 2015-11-30

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20151130.2100.034.html>

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)“黄土重大灾害及灾害链的发生、演化机制与防控理论”(2014CB744700)

作者简介: 孙晓涵(1983-), 男, 河北张家口人, 博士研究生, 主要从事工程地质及地质灾害方面的研究。E-mail: sunxiaohan@qq.com

客观的描述砂土压密过程中上述复杂的变形特征是地面沉降模拟的关键因素,也是准确计算地面沉降的必要条件。近些年来,陆续有研究者开展砂土蠕变方面的研究,也针对砂土的变形特征提出了一些本构模型<sup>[11-13]</sup>。但多是针对当地砂土或是浅部低围压条件的,而地面沉降灾害严重的西安市尚没有进行过此类试验,故本文采用自行研制的高压固结仪模拟原位应力条件下,水位变化导致的砂土变形,以期了解西安地面沉降中砂土的变形特征,并得到符合实际情况的本构模型,为后续的地面沉降模型计算提供条件。

## 1 一维蠕变试验

### 1.1 试验仪器

蠕变试验在自制的高压固结仪上进行。试验装置主要由三部分组成:压力室、轴向应力施加装置、孔隙水压力施加装置。其中压力室为中空圆桶状,其内径为 125 mm,内部高度为 440 mm,可承受的最大压力为 10 MPa,压力室侧壁上安装了 4 个可监测孔隙水压力的传感器(图 1)。该试验装置可独立控制轴向应力(模拟总应力)和水压(来模拟孔隙水压力)进行侧限条件下的一维蠕变试验。

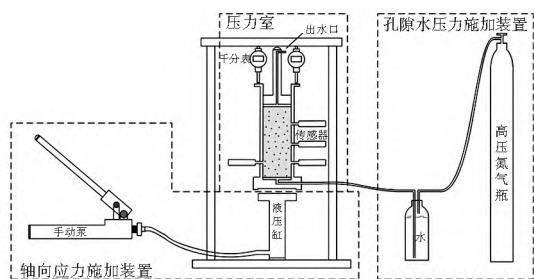


图 1 试验装置

Fig. 1 Experimental device

### 1.2 试验土样及试验环境

西安市地下水开采基本可以分为两个层次:埋深 100 m 以内主要为潜水,由于水质污染严重,仅用于局部地区的灌溉和绿化开采,长期以来水位变化不大;埋深 100~300 m 范围内的承压水则是城市及近郊地下水的主要开采层。多年的持续过量开采导致该埋深范围内的承压水位发生了显著的下降,又发了严重的地面沉降灾害。承压含水层主要由更新世的冲积、湖积砂层及黏性土夹层组成。依据含水层的主要岩性,应选用 100~300 m 深度范围内的砂土进行试验,但由于深层土样获取非常困难,根据水文地质勘察报告选用粒径与之接近的西安市西郊某基坑下 5 m 的中细砂作为试验材料。其主要物理性质:土的比重  $G_s = 2.675$ ,有效粒径  $d_{10} = 0.223$  mm,平均粒径  $d_{50} = 0.614$  mm,控制粒径  $d_{90} = 1.285$  mm。本次试验,温度控制在  $15 \pm 5$  °C。

依据西安市水文地质条件及承压水水位波动情况,试验中分别针对根据埋深 100 m, 150 m, 200 m 及 250 m 左右、4 种不同埋深的含水层的受力特征进行了分析并设计了相应的试验方案。

### 1.3 应力水平和施加方法

本次试验采用分级加荷方式,依据轴向应力的不同,共

分为 4 个加载阶段。阶段 1 至阶段 4 施加的轴向压力分别为 1.72、2.99、4.25 和 4.88 MPa。对于每一个阶段,施加的孔隙水压力分别从初始值逐级降低到 0,再逐级恢复至初始值,见图 2。以阶段 2 为例,轴向应力为 2.99 MPa,模拟埋深 150 m 的承压含水层所受到的上覆应力。水压由 1 MPa,逐级降低到 0 MPa 后又逐级恢复到 1 MPa,模拟承压含水层水位从埋深 50 m 下降到 150 m 后又恢复到 50 m 的过程。

试验中,无论是轴向压力还是孔隙水压力的改变都是试样在本级压力下变形达到稳定后才进行,稳定的标准为每小时变形量小于 0.001 mm。

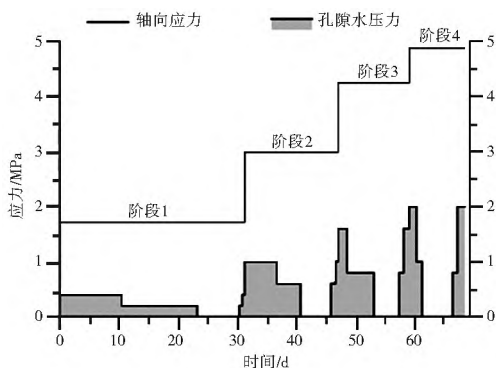


图 2 试验应力施加过程

Fig. 2 Stress steps in the experiment

## 2 试验结果分析

蠕变试验的结果以每级荷载施加的时间为横坐标,此级荷载下土样的累计应变为纵坐标,整理成时间-应变曲线的形式,见图 3(a) - 图 3(d)。

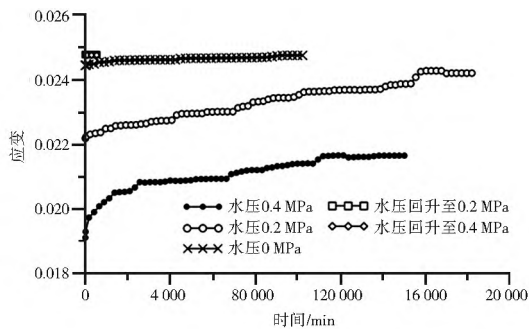


图 3(a) 轴压 1.72 MPa (阶段 1) 时蠕变曲线

Fig. 3(a) Creep curves of step 1 (axial stress= 1.72 MPa)

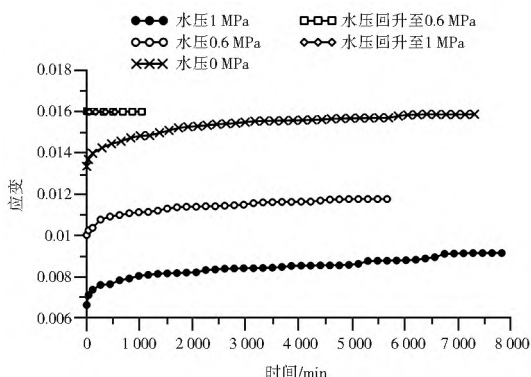


图 3(b) 轴压 2.99 MPa (阶段 2) 时蠕变曲线

Fig. 3(b) Creep curves of step 2 (axial stress= 2.99 MPa)

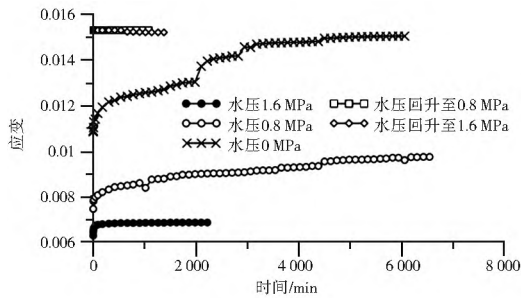


图 3(c) 轴压 4.25 MPa(阶段 3)时蠕变曲线

Fig. 3(c) Creep curves of step 3 (axial stress= 4.25 MPa)

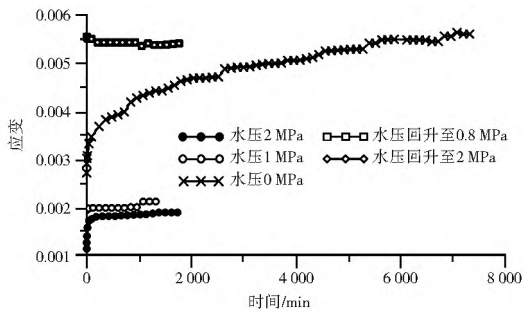


图 3(d) 轴压 4.88 MPa(阶段 4)时蠕变曲线

Fig. 3(d) Creep curves of step 4 (axial stress= 4.88 MPa)

从图 3(a)–图 3(d) 可知,各应力状态下的砂土蠕变曲线主要有如下特征。

(1) 砂土的蠕变具有普遍性。试验中模拟的埋深 80~240 m 范围的砂土,在水位下降的条件下,均表现出蠕变的特征,即总应力和孔隙水压力保持不变的情况下,变形持续增加。

(2) 应力历史对蠕变的影响。当水位下降时,砂土压缩持续时间很长,具有明显的蠕变性。而当水位回升时,蠕变现象不明显,变形以瞬时变形为主。

(3) 蠕变的阶段性。砂土的蠕变可以分为两个阶段。第一个阶段变形时间-应变曲线很陡,该阶段持续时间短,砂土变形速率快,变形量大,是由于砂土的固结排水所导致的。第二个阶段曲线较为平缓,持续时间长,砂土变形慢,且变形量相对较小,是由砂土的次固结所导致的。

(4) 砂土的时间-应变曲线上存在局部的阶梯式跳跃。这种现象是否和砂土在蠕变的过程中内部进行的结构调整和颗粒滑移或者破裂有关,本次试验进行了微观分析。

### 3 试验微观分析

#### 3.1 激光粒度分析

为了探求西安中细砂的变形机理,对试验前后的土样进行了激光粒度分析,见图 4。

通过试验前后粒径分布曲线的对比可以看出,砂土的颗粒级配发生了显著的变化。具体表现为粒径大于 0.36 mm, 相对较粗颗粒的百分比在试验中显著减小,而粒径小于 0.36 mm, 相对较细的颗粒的百分比在试验中显著增加。这说明,高应力状态下的砂土在变形的过程中除了颗粒间的相互滑移错动,还有一部分较大的颗粒在移动的过程中发生破裂,形成多个粒径较小的颗粒,从而导致大颗粒所占的百分比的减小。

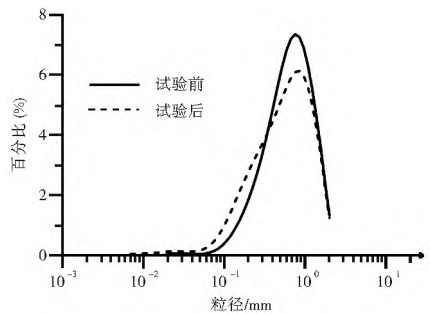


图 4 试验前后土的颗粒级配

Fig. 4 Grading curves of soil sample before and after the test

#### 3.2 电镜扫描

本次试验还使用了高精度电镜扫描对砂样的微观结构进行了直接的观察。

从试验后砂土的电镜扫描图上可以很容易找到变形过程中原砂土颗粒发生破裂的破裂面,以及表面由于相互错动发生研磨而产生的更细小颗粒,见图 5(a)、图 5(b)。

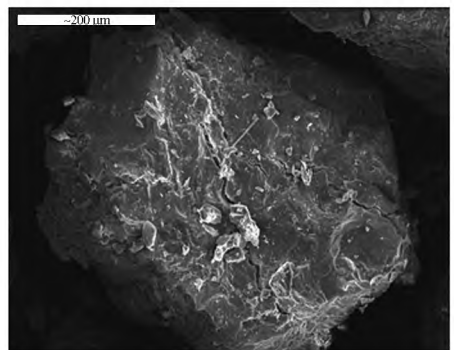


图 5(a) 试验后土样(放大 200 倍)

Fig. 5(a) Sand sample after test (magnified 200 times)

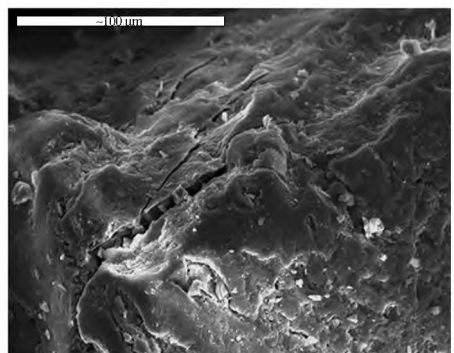


图 5(b) 试验后土样(放大 600 倍)

Fig. 5(b) Sand sample after test (magnified 600 times)

#### 3.3 高应力状态下砂土的变形机理分析

发生变形之前,砂土颗粒排列较为疏松,构成的土骨架不稳定,砂土中存在较多大小不等的孔隙。在施加一定的有效应力后,土骨架发生变形,砂土的颗粒移动。在移动的过程中,一些小的砂土颗粒填充到大的孔隙中,造成砂土的孔隙减小很快,变形的幅度也较大。随着被填充的大孔隙的逐渐增多,砂土颗粒的运动空间受到了限制,运动时所受到的阻力也逐渐增加,颗粒运动随之速度相应的减慢。宏观上表现为在同一有效应力作用下砂土变形呈现出先快后慢的特点。随着有效应力的增加,土颗粒之间的作用力也相应的增

大。由于砂土颗粒之间通常并不是面和面接触，而是面和角接触或者角和角接触，因此在这些接触点部位通常有较大的应力集中。在有效应力较大时，片状、柱状、棱角状以及体积较大的颗粒就容易发生破裂、破碎或者研磨。原颗粒发生破碎后形成了粒径更小的颗粒，这些颗粒填充到砂土的孔隙中，土体发生进一步变形。由于砂土颗粒位置的移动以及破碎都需要一定的时间，故砂土还表现出蠕变的性质<sup>[5]</sup>。

在卸载的过程中，由于在较高应力状态下已经破碎并填充到土体孔隙中的细小颗粒并不能重新胶结并恢复到原来位置，故砂土宏观上表现为较大的不可恢复变形。

### 4 本构模型

由试验可以看出，西安市含水层砂土是具有弹性、塑性、黏性的综合蠕变体。为了对西安含水层砂土的流变状态进行分析，需在地面沉降模型中的应用，需在试验的基础上，找出反映砂土变形过程中应力、应变、时间三者的数学表达式，即流变本构模型。建立流变本构模型通常使用模型理论的方法。所谓模型方法就是把砂土看作是均质连续体，通过“Hook 体”、“Newton 体”、“St. Venant 体”等基本元件相互组合，然后借助组合后的蠕变模型来拟合砂土复杂的变形特征<sup>[15,16]</sup>。根据砂土的变形特征确定模型中所含基本元件的种类和个数，然后根据试验的结果反演得到其中的参数。

#### 4.1 模型的选择

试验表明，西安市砂土的变形特征较为复杂。在对试验得到的砂土蠕变曲线进行拟合时，单一的流变元件难以精确刻画试验结果，需要采用多项复合模型。本次试验中各应力水平的砂土的变形中普遍存在一定量的瞬时变形。故在砂土的流变模型中应当具有 Hook 体，且 Hook 体与其它元件应是串联方式连接。试验中砂土的变形随着时间的增长逐渐趋于稳定，即蠕变变形趋于一个与有效应力有关的极限值。故模型还应能反映这种衰减蠕变性质的元件，如 Kelvin 体。将 Hook 体和 Kelvin 体组合得到的 Merchant 体，满足以上要求。西安含水层砂土蠕变曲线的初始阶段越陡，用 Merchant 体拟合精度不理想。故将多个 Kelvin 体串联，构成广义 Kelvin 体。串联的 Kelvin 体越多，蠕变曲线的初始阶段也就越陡。考虑到地面沉降是一个区域性地质灾害，为避免日后地面沉降土力学模型中众多参数难以获得，尽量减少使用的元件，采用 5 元件的广义 kelvin 体来对西安市含水层砂土进行刻画，见图 6。

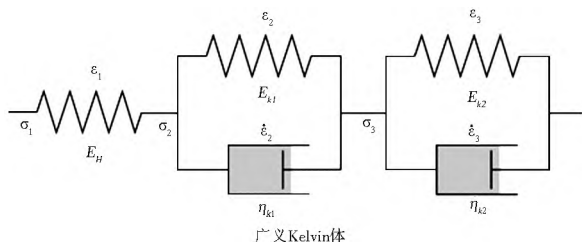


图 6 流变模型

Fig. 6 The rheological model

#### 4.2 变形计算与参数拟合

本文所用的广义 Kelvin 体模型，由两个 Kelvin 体和一个 Hook 体依次串联组成，所以

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 \tag{1}$$

$$\sigma_1 = \sigma = E_H \epsilon_1 \tag{2}$$

$$\sigma_2 = \sigma = E_{K1} \epsilon_2 + \eta_{K1} \dot{\epsilon}_2 \tag{3}$$

$$\sigma_3 = \sigma = E_{K2} \epsilon_3 + \eta_{K2} \dot{\epsilon}_3 \tag{4}$$

式中： $E_H$ 、 $E_{K1}$ 、 $E_{K2}$  为弹性模量； $\eta_{K1}$ 、 $\eta_{K2}$  为黏滞系数； $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_2$ 、 $\epsilon_3$  为单元中 Hook 体的线应变； $\dot{\epsilon}_2$ 、 $\dot{\epsilon}_3$  为单元的线应变率。

所以， $\epsilon_1 = \frac{\sigma}{E_H}$ ，又因为

$$\epsilon_2 = e^{-\int \frac{E_{K1}}{\eta_{K1}} dt} \left[ c + \int \frac{E_{K1}}{\eta_{K1}} \frac{\sigma}{E_{K1}} dt \right] \tag{5}$$

当  $t = 0$  时， $\epsilon_2 = 0$ ，得

$$c = -\frac{\sigma}{E_{K1}}, \epsilon_2 = \frac{\sigma}{E_{K1}} \left( 1 - e^{-\frac{E_{K1}}{\eta_{K1}} t} \right) \tag{6}$$

$$\text{同理可得: } \epsilon_3 = \frac{\sigma}{E_{K2}} \left( 1 - e^{-\frac{E_{K2}}{\eta_{K2}} t} \right) \tag{7}$$

故五元件的广义 Kelvin 模型的应变可表示为

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E_H} + \frac{\sigma}{E_{K1}} \left( 1 - e^{-\frac{E_{K1}}{\eta_{K1}} t} \right) + \frac{\sigma}{E_{K2}} \left( 1 - e^{-\frac{E_{K2}}{\eta_{K2}} t} \right) \tag{8}$$

$$J(t) = \frac{\epsilon}{\sigma} = \frac{1}{E_H} + \frac{1}{E_{K1}} \left( 1 - e^{-\frac{E_{K1}}{\eta_{K1}} t} \right) + \frac{1}{E_{K2}} \left( 1 - e^{-\frac{E_{K2}}{\eta_{K2}} t} \right) \tag{9}$$

其中， $J(t)$  为中细砂的黏弹性蠕变柔量。由于式中的均为一维应力状态下的参数，故该关系仅适用于一维流变模型。

以轴压 2.99 MPa 阶段的试验为典型，根据试验数据对广义 Kelvin 模型进行参数反演，确定模型中的参数见表 1，拟合曲线见图 7。

表 1 广义 Kelvin 模型参数

Tab. 1 Generalized Kelvin model parameters

| 水压/MPa               | 0       | 0.6     | 1       |
|----------------------|---------|---------|---------|
| $E_H$ /MPa           | 227.3   | 238.1   | 312.5   |
| $E_{K1}$ /MPa        | 1 639.3 | 2 941.2 | 1 470.6 |
| $E_{K2}$ /MPa        | 3 636.4 | 2 040.8 | 434.8   |
| $\eta_{K1}$ /(MPa·d) | 2 180.3 | 382.7   | 102.6   |
| $\eta_{K2}$ /(MPa·d) | 203.5   | 4 617.5 | 6 680.4 |
| 相关系数                 | 0.993 4 | 0.995   | 0.977 4 |

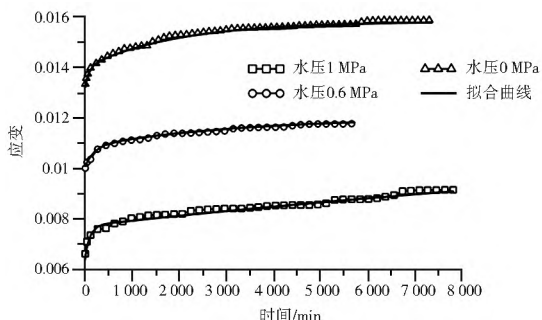


图 7 广义 Kelvin 模型拟合曲线

Fig. 7 Fitting curves of generalized Kelvin model

从表 1 中可以看出，不同有效应力下反演得到的拟合参数是不同的。广义 Kelvin 模型的 5 个参数值并不是常数而是随着有效应力的变化而变化，呈现出一定的规律性。这是由于随着蠕变的进行，砂土的孔隙度不断减小，颗粒的排列越来越紧密，部分颗粒还发生破裂<sup>[7]</sup>。因此，蠕变本构中的参数可能与有效应力和时间有关系，其关系则有待进一步研究。

表 2 为不同轴压及水压下，广义 Kelvin 模型拟合的相关

系数。由表可知,本文提出的广义 Kelvin 模型确实能在一定程度上刻画原位应力状态下,水位变化所导致的砂土变形特征。

表 2 广义 Kelvin 模型与试验数据对比

Tab. 2 Comparison of model results between generalized Kelvin model and test data

| 轴压/MPa | 水压/MPa | 相关系数    |
|--------|--------|---------|
| 1.72   | 0.4    | 0.952 3 |
|        | 0.2    | 0.938 4 |
|        | 0      | 0.963 5 |
| 4.25   | 1.6    | 0.970 2 |
|        | 0.8    | 0.979 8 |
|        | 0      | 0.923 7 |
| 4.88   | 2      | 0.928 3 |
|        | 1      | 0.913 1 |
|        | 0      | 0.938 6 |

## 5 结论

(1) 高应力状态下的蠕变试验表明,西安市含水层砂土在水位下降的条件下表现出显著的蠕变特性;而在水位上升情况下,砂土蠕变不明显。

(2) 砂土变形除了与土颗粒滑移和位置调整有关外,还与变形过程中部分土颗粒被压碎或压裂有关。在高应力状态下,后者所起的作用不容忽视。

(3) 根据试验结果,五元件的广义 Kelvin 模型对于西安市砂土的变形特征刻画较为接近。其中,模型的各个参数随应力的变化而变化。因此,必须考虑荷载对蠕变参数的影响,不能用固定的参数来描述流变模型。

(4) 西安含水层砂土在变形的过程中各个参数是不断变化的,因此在日后进一步的研究中,应对现有的常参数模型加以改进,采用变参数模型。这样才能使模型更符合实际情况,提高其精度,在地面沉降计算中加以应用。

### 参考文献(References):

[1] Ortega Guerrero A, Rudolph D L, Cherry J A. Analysis of long term land subsidence near Mexico City: Field investigations and predictive modeling [J]. Water Resources Research, 1999, 35 (11): 3327-3341.

[2] Budhu Muniram, Adiyaman Ibrahim. The influence of clay zones on land subsidence from groundwater. [J]. Groundwater, 2013, 56 (1): 51-57.

[3] Holzer T L. The history of the aquifer drainage model[R]. Land subsidence: Case histories and current research: Association of Engineering Geologists Special Publication no. 8, 1998: 7-16.

[4] Galloway Devin, Jones David R, Ingebritsen Steven E. Land subsidence in the United States[M]. US Geological Survey Reston, VA. 1999.

[5] 刘玉海, 陈志新, 倪万魁. 西安地裂缝与地面沉降致灾机理及防

治对策研讨[J]. 中国地质灾害与防治学报, 1994(S1): 67-74. (LIU Yur hai, CHEN Zhr xin, NI War kui. Discussion for Xi'an ground fissures and land subsidence disaster mechanism and countermeasures[J]. The Chinese Journal of Geological and Hazards and Control, 1994(S1): 67-74. (in Chinese))

[6] 彭建兵. 西安地裂缝灾害[M]. 北京: 科学出版社, 2012. (PENG Jian bin. Geohazards of Xi'an ground fissures[M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese))

[7] Hoffmann J, Leake S A, Galloway D L, et al. MODFLOW-2000 Ground Water Model User Guide to the Subsidence and Aquifer System Compaction (SUB) Package[R]. USGS, 2003.

[8] 孙晓涵. 西安地面沉降与砂土蠕变关系初探[D]. 西安: 长安大学, 2011. (SUN Xiaohan. The relationship between sand creep characteristic and land subsidence of Xi'an[D]. Xi'an: Chang'an University, 2011. (in Chinese))

[9] Zhang Yun, Xue Yuqun, Wu Jichun, et al. Mechanical modeling of aquifer sands under long-term groundwater withdrawal[J]. Engineering Geology, 2012, 125: 74-80.

[10] 孙刚臣. 地下水波动条件下西安市土层变形特性的试验研究[D]. 西安: 长安大学, 2014. (SUN Gangchen. Test study on deformation characteristics of soils in Xi'an Under condition of groundwater fluctuation[D]. Xi'an: Chang'an University, 2014. (in Chinese))

[11] 吴林高, 缪俊发. 抽灌水作用下土层变形及应力-应变本构律的研究[J]. 地球科学—中国地质大学学报, 1995, 20(5): 581-588. (WU Lir gao, MIAO Jun fa. Soil layer deformation and determination of the constitutive law on stress strain of soils under pumping research[J]. Earth Science—Journal of China University of Geosciences, 1995, 20(5): 581-588. (in Chinese))

[12] Zhang yun, Xue Yuqun, Wu Jichun, et al. Deformation characteristics of aquifer sands due to groundwater pumping in the Southern Yangtze Delta, China [C]. Proceedings of EISOLS 2010, Quer taro, Mexico, 17-22 October 2010. IAHS Publ. 339, 2010.

[13] Corapcioglu M Y, Wilfried B. Viscoelastic Aquifer Model Applied to Subsidence Due to Pumping[J]. Water Resources Research, 1977, 13 (3): 597-604.

[14] 胡桂衔, 房营光, 袁杰. 砂性土的蠕变性质影响试验研究[J]. 工程勘察, 2012, 40(12): 8-11. (HU Gui xian, FANG Ying guang, YUAN Jie. Experimental study on creep properties of sandy soil[J]. Geotechnical Investigation & Surveying, 2012, 40(12): 8-11. (in Chinese))

[15] 孙钧. 岩土材料流变及其工程应用[M]. 北京: 中国建筑出版社, 1999. (SUN Jun. Rheology of rock and soil material and its application in engineering[M]. Beijing: China Building Press, 1999. (in Chinese))

[16] 范广勤. 岩土工程流变力学[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993. (FAN Guang qin. Rheology mechanics in geotechnical engineering[M]. Beijing: Coal industry press, 1993. (in Chinese))

[17] McDowell G R. Micromechanics of creep of granular materials [J]. Geotechnique, 2003, 53 (10): 915-916.