

DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdqk.2019.0108

王文川,李文锦,徐冬梅,等. 基于马尔可夫链校正 GM-BP 模型的径流预测[J]. 南水北调与水利科技, 2019, 17(5): 44-49.
WANG W C, LI W J, XU D M, et al. Runoff prediction based on GM-BP model calibration against Markov chain[J].
South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2019, 17(5): 44-49. (in Chinese)

基于马尔可夫链校正 GM-BP 模型的径流预测

王文川,李文锦,徐冬梅,李庆敏

(华北水利水电大学 水利学院, 郑州 450046)

摘要:为进一步提高中长期径流预报精度,以兰西水文站 1959—2014 年径流深数据为例,分别利用灰色模型和 BP 神经网络模型对径流深数据进行预测,采用马尔可夫链推求状态概率对预测结果校正,用最小二乘法对双模型校正结果进行耦合。模型所得组合校正预测结果通过平均相对误差、均方差和合格率进行统计描述,校正后的组合预测结果平均相对误差和均方差分别为 12.72% 和 11.70,均要优于灰色模型和 BP 神经网络模型且 90.91% 的预报结果满足相对误差小于 20% 的控制条件。可见,耦合模型能有效规避单一模型已存在的缺点,基于马尔可夫链的修正结果可使预测精度进一步提升。因此,本研究提供的组合校正模型在一定程度上具有更好的拟合效果和预报精度,是一种具有实用价值的预测模型。

关键词:马尔可夫链;灰色模型;BP 神经网络模型;校正组合预测;径流预报

中图分类号:TV124 文献标志码:A 开放科学(资源服务)标识码(OSID):



Runoff prediction based on GM-BP model calibration against Markov chain

WANG Wenchuan, LI Wenjin, XU Dongmei, LI Qingmin

(School of Water Conservancy, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450046, China)

Abstract: In order to further improve the accuracy of mid- and long-term runoff prediction, taking the runoff data series of 1959—2014 in Lanxi Hydrological Station for case study, the grey model and BP neural network model are applied to predict the runoff depth respectively, and the prediction results are corrected with the state probability derived from the Markov chain, and, furthermore, the corrected results of both models are coupled by least square method. The statistical descriptions of the corrected and combined prediction results show 12.72% in average relative error, 11.70 in mean square deviation of better than the grey model and BP neural network model, and 90.91% of the prediction results, satisfying with the threshold of relative error less than 20%. The shortcomings of the single model may be effectively overcome by applying the coupled model, and the prediction precision be further improved by adopting the corrected results based on the Markov chain. With more efficient fitting and more accurate prediction, the corrected and combined model suggested in this study is of practical value in prediction of the mid- and long-term runoff.

Key words: Markov chain; gray model; BP neural network model; corrected and combined model; runoff prediction

收稿日期:2019-02-11 修回日期:2019-05-30 网络出版时间:2019-06-05

网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1334.TV.20190605.1145.006.html>

基金项目:国家自然科学基金(51509088);河南省高校科技创新团队(18IRTSTHN009);陕西省语音与图像信息处理重点实验室开放基金(2018);河南省水环境模拟与治理重点实验室(2017016)

作者简介:王文川(1976—),男,河南鹿邑人,教授,博士,博士生导师,主要从事水文水资源系统分析、遥感信息处理等方面的研究。E-mail: wangwen1621@163.com

通信作者:李文锦(1993—),女,河北安国人,主要从事水文水资源系统分析研究。E-mail: 282459355@qq.com

径流预报是有效利用和合理配置水资源的关键。有效延长径流预报期、提高径流预报精度对水库调度及洪水应急调度等具有重要意义^[1-2]。目前,中长期径流预测常用模型有小波分析模型、人工神经网络模型(Artificial Neural Network, ANN)、模糊分析模型和灰色系统模型(GM(1,1))。ANN在中长期径流预报中具有良好的非线性映射能力且被广泛应用^[3-4]。但由于 ANN 算法只有在样本容量无限大时才能取得最优,所以在实际应用中会出现收敛缓慢和局部最优等问题^[5-8];GM(1,1)可较好地拟合“小样本”、“贫信息”、“单变量预测”等特点的指数增长趋势问题,对于其他问题,如数据序列呈波动变化时,则会出现很大的拟合误差,使得预测精度难以提高^[9-10];将 GM(1,1)单变量预测和 BP 神经网络非线性预测的优点相结合,但是简单的权重重组并不能完全消除单项预测模型中的缺陷^[11]。

马尔可夫链根据状态转移概率进行预测,是研究不同状态之间转移规律的一种随机过程^[12-14]。转移概率能够缩小预测区间^[13-14],反映各种随机因素的影响程度,因而它适用于随机波动较大的预测问题^[15]。本文以兰西水文站年径流深为预报目标,采用 BP 神经网络和 GM(1,1),用最小二乘法确定权重,建立基于马尔可夫链校正的 GM(1,1)和 BP 神经网络模型,以探讨组合模型校正方法,提高径流预测精度。

1 模型的建立

1.1 GM(1,1)模型

GM(1,1)模型是一阶单变量的微分方程动态模型。灰色理论认为所有的随机量都有一定的线性关系,看似混乱的原始数据通过一定的方法处理可以变为有规律数据。其建模过程^[9,16]大致分为四个步骤:(1)累加原始数据;(2)构造常数向量与累加矩阵 B ;(3)参数求解;(4)代入模型进行数据预测。

GM(1,1)模型的本质是构造累加矩阵,强化已有资料的规律性,然后通过建立微分方程,求解灰参数进而进行预测。但是该模型的预测结果的规律性与径流数据的随机性相违背,因此预测结果往往不太理想。

1.2 BP 神经网络模型

BP 神经网络是人工神经网络的一种,结构简单,性能良好,应用较为广泛^[17]。其特点是通过多次训练和学习输入输出数据,使误差达到最优^[18-19]。其建模过程为:①初始化网络权值和阈值,输入样

本;②构建网络,设定网络隐层和输出层激励函数 tansig 和 purelin 函数、网络训练函数 trainglm、网络性能函数 mse,隐层神经元数初设为 3,网络迭代次数 $epochs$ 为 100 次,期望误差 $goal$ 为 0.1,学习速率 lr 为 0.1;③计算输出层偏差;④反向校正权值;⑤重复③、④直到达到终止循环要求;⑥基于上述网络利用仿真函数进行数据预测^[20-22]。最后,将预测数据反归一化获得最终的神经网络预测输出。

利用神经网络模型局部逼近和非线性映射能力较强的特点,可以较好地模拟非线性径流预测问题,但是收敛缓慢、训练时间长且易陷入局部极小等问题制约了其在实际中的广泛应用^[14,23]。

1.3 马尔可夫链校正模型

马尔可夫过程是一种较普遍的随机过程,其特点是无后效性。它可以根据初始状态推求未来某一时刻状态概率转移矩阵,进而得到该时刻的状态^[24]。马尔可夫过程的统计特性由转移概率和初始分布确定。其建模过程如下。

(1)基于相对误差的绝对值分布情况划分状态区域。

(2)确定转移概率矩阵 $P^{(1)}$,表达式为

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \cdots & P_{1m} \\ P_{21} & P_{22} & \cdots & P_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ P_{2m} & P_{2m} & \cdots & P_{nm} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: p_{ij} 为一步转移概率,表示从 t_n 时刻状态 a_i 经过一步转移到 t_{n+1} 时刻状态的概率, $p_{ij} = P(X_{n+1} = a_j / X_n = a_i)$, $0 \leq p_{ij} \leq 1$, $\sum_{j=1}^n p_{ij} = 1$, $(i, j = 1, 2, \dots, m, n$ 为正整数)。

(3)将转移概率矩阵 $P^{(1)}$ 代入下式^[25-26]

$$P_{t+1} = P_0 [P^{(1)}]^{t+1} \quad (2)$$

式中: P_0 是初始时刻的无条件概率分布; P_{t+1} 是 $t+1$ 时刻的概率分布; $P^{(1)}$ 是一步转移概率矩阵。

核心是确定转移概率,即确定不同状态区间的影响程度,以影响程度最大的概率用于计算,从而缩短预测区间,实现数据波动较大的预测。最终预测值的确定方法有多种,本文引入龙浩^[27]等人利用马尔可夫链提高隧道围岩位移预测精度过程中使用的公式,具体为

$$y = \hat{y} \times \left[1 + \left(\frac{a_i + b_i}{2} \right) \% \right] \quad (3)$$

式中: y 为最终预测值; \hat{y} 为初步预测值; a_i 、 b_i 为状态区间上下限。

1.4 最小二乘法确定组合权重

在组合预报中经常用到拟合误差的误差平方和

达到最小来计算权重系数,即最小二乘法。

目标函数为

$$\min \sum_{t=1}^n (Y_t - \sum_i^k \omega_i \hat{y}_{it})^2 \quad (4)$$

约束条件为

$$\sum_i^k \omega_i = 1 \quad t=1, 2, \dots, n \quad (5)$$

式中: i 为预测模型种类; k 为预测模型总数; Y_t 为实测值。

1.5 组合预测模型

GM(1,1)模型的优点是在样本较少、单变量的情况下,仍可以利用累加生成的新数据,找到数据的线性关系;BP 神经网络则可以较好地拟合复杂非线性关系数据。于是综合两种算法的优势建立了灰色神经网络模型,同时为了弥补单项预测的不足,也为了更有效地提高预测精度,引入了马尔可夫链校正预测结果。

该组合预测模型(图 1)的主要思想是运用 Matlab 软件得到 2004—2014 年 GM(1,1)和 BP 神经网络模型的预测径流深。利用径流深的实测数据与预测数据求得两模型各自的相对误差序列绝对值,根据相对误差序列绝对值的分布情况分别划分状态区间,确定各时刻的状态,进而求得 GM(1,1)和 BP 神经网络状态转移概率矩阵。根据状态转移概率矩阵及初始概率分布得到校正后的 GM(1,1)及 BP 神经网络预测值。最后利用由最小二乘法得到的权重将二者进行耦合,求得组合预测结果。

$$YY = \alpha y_1 + \beta y_2 \quad (6)$$

式中: α, β 为最小二乘法筛选的权重; y_1, y_2 为人工神经网络与灰色预测结果, YY 为组合预测结果。



图 1 组合模型预测的流程

Fig. 1 Flow chart of the combined prediction model

2 实例应用

2.1 数据来源

兰西水文站位于黑龙江省绥化市呼兰河下游,控制流域面积 2 770 km²。呼兰河为松花江的一条支流,属北温带季风气候,全长 523 km。该地区多年平均降水量一般在 500 mm 左右,多年平均气温为 20~22 ℃。

本文以兰西水文站及该水文站的 4 个气象站(海伦、明水、绥化、铁力)为研究对象,利用径流深与

降水量、平均温度、平均相对湿度、蒸散量、平均风速等气象因子间的相关关系。气象数据源于中国气象数据网(<http://data.cma.cn/>),利用泰森多边形法求得离散分布的四个气象站对兰西水文站的综合影响因子,并将该气象综合因子作为 BP 神经网络的输入数据,利用 BP 神经网络进行预测时,以 1959—1992 年的径流气象资料作为训练数据,构建网络模型;利用 GM(1,1)进行预测时,以 1959—1992 年径流数据作为训练数据,找出数据间的规律性;1993—2003 年的实测资料为检验数据;2004—2014 年的实测数据为测试数据。

2.2 马尔可夫链校正预测

根据 GM(1,1)模型拟合兰西水文站 1959—2003 年径流深的相对误差的绝对值分布情况,划分马尔可夫状态区域为:①[0, 20%);②[20%, 40%);③[40%, 100%);④[100%, 400%)。然后将 GM(1,1)模型的误差序列进行分类,确定一步转移概率矩阵为

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.30 & 0.40 & 0.30 & 0 \\ 0.24 & 0.29 & 0.41 & 0.06 \\ 0.10 & 0.30 & 0.35 & 0.25 \\ 0 & 0.25 & 0.50 & 0.25 \end{bmatrix}$$

根据 BP 神经网络模型拟合兰西水文站 1959—2003 年径流深的相对误差的绝对值分布情况,划分马尔可夫状态区域为:①[0, 10%);②[10%, 25%);③[25%, 40%);④[40%, 130%)。然后将 BP 神经网络模型的误差序列进行分类,确定一步转移概率矩阵为

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0.25 & 0.375 & 0.3125 & 0.0625 \\ 0.30 & 0.40 & 0.20 & 0.10 \\ 0.42 & 0.25 & 0.17 & 0.16 \\ 0.14 & 0.43 & 0.14 & 0.29 \end{bmatrix}$$

将兰西水文站 2004—2014 年径流深预测的误差序列与上述状态区域进行对比,确定相应的状态向量;并结合 $P^{(1)}$ 代入式(2),得到 $t+1$ 时刻的概率矩阵;最后应用于式(3)即可以得到 2004—2014 年马尔可夫链校正的 GM(1,1)模型和 BP 神经网络模型的预测结果,见表 1。根据校正后的预测结果确定 BP 神经网络模型与 GM(1,1)模型的权重分别为 0.86、0.14。

2.3 结果分析

为了更简单清晰地分析每个模型的预测结果的精度,将兰西水文站 2004—2014 年的各模型预测结果和各模型预测结果的相对误差分别反映成折线图的形式(图 2)。

表 1 2004—2014 年 GM(1,1)及 BP 神经网络预测结果校正统计

Tab.1 Statistical description of the prediction results

年份	实测值/ mm	BP 神经网络				灰色				组合	
		预测值/ mm	相对误差/ %	M-K 校正		预测值/ mm	相对误差/ %	M-K 校正		最小二乘法组合	
				预测值/mm	相对误差/%			预测值/mm	相对误差/%	预测值/mm	相对误差/%
2004	46.66	54.11	-15.97	44.64	4.32	89.51	-91.83	26.85	42.45	42.15	-9.66
2005	85.16	116.79	-37.14	96.35	-13.14	88.31	-3.70	26.49	68.89	86.57	1.66
2006	110.87	99.40	10.34	82.01	26.03	87.13	21.41	148.12	-33.60	91.26	-17.68
2007	31.35	47.90	-52.78	39.51	-26.04	85.96	-174.21	25.79	17.74	37.59	19.91
2008	17.47	31.92	-82.68	26.33	-50.71	58.92	-237.21	17.68	-1.16	25.12	43.77
2009	150.89	120.58	20.09	141.68	6.10	83.68	44.54	142.26	5.72	141.76	-6.05
2010	113.07	95.14	15.86	111.79	1.13	82.56	26.98	140.36	-24.14	115.79	2.41
2011	73.73	61.42	16.70	72.16	2.13	81.46	-10.48	24.44	66.86	65.48	-11.19
2012	138.05	132.33	4.14	155.49	-12.63	80.37	41.78	136.63	1.03	152.85	10.72
2013	265.32	224.39	15.43	263.66	0.63	79.30	70.11	134.80	49.19	245.62	-7.43
2014	188.96	150.95	20.11	177.37	6.13	78.24	58.60	133.00	29.61	171.16	-9.42
平均相对误差/%			26.48		13.54		70.99		30.94		12.72
均方差			22.90		15.30		72.81		24.17		11.70
合格率/%			54.55		72.73		18.18		36.36		90.91

注:M-K 指马尔可夫链。

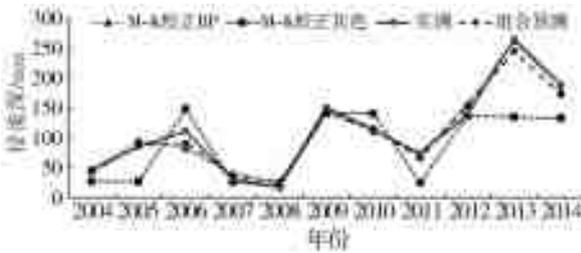


图 2 各模型预测结果与实测结果的对比折线

Fig.2 Comparison of the predicted runoff with the observed runoff

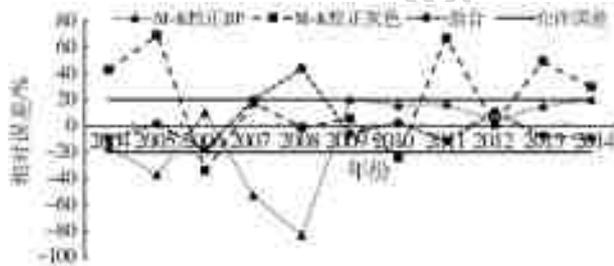


图 3 各模型相对误差对比折线

Fig.3 Comparison of relative errors of the models

本文选用相对误差在 20% 以内为预测合格。从 2004—2014 年测试样本预测结果来看, M-K 校正 BP 模型合格率为 72.73%, M-K 校正灰色模型合格率为 36.36%, 组合校正模型合格率为 90.91%。由于灰色模型非线性处理能力弱, 对径流突变年的预测结果误差会较大。2008 年灰色模型相对误差达到了 237.21%, 经马尔可夫链校正后相对误差减小为 1.16%, 校正效果较好, 但 2004—2014 年灰色模型的预测合格率为 18.18%, M-K 校

正后地预测合格率为 36.36%, 偏离程度仍较大不能准确地描述径流变化趋势; 其他模型的预测结果均与实测值趋势相近, 其中校正组合模型预测值与实测值最为接近, 平均相对误差与均方差分别为 12.72%, 11.70; 值得注意的是校正后的组合预测模型与校正后的 BP 神经网络模型预测平均相对误差相差不大, 但校正后的组合预测合格率为 90.91%, 较组合前更精确, 因此可以将该模型应用于兰西站年径流预报。

3 结论

本文通过分析 GM(1,1) 模型的单变量预测与 BP 神经网络的非线性预测, 以及单模型预测存在的问题, 建立了马尔可夫链校正 GM(1,1) 和 BP 神经网络模型, 得到如下结论。

(1) 基于兰西水文站气象因子, 分别建立了基于 GM(1,1) 和 BP 神经网络预报模型, 对兰西水文站中长期径流深进行预报, BP 神经网络模型较 GM(1,1) 模型有更高的预报精度。

(2) 根据平均误差与预报合格率可得, 经过马尔可夫链校正能提升径流预测精度, 且 GM(1,1) 和 BP 校正后的组合模型预测结果最为精确; 就单个模型校正而言, BP 模型校正预测结果更优。

(3) 从校正结果上看, 研究区径流深偏小的年份, 其预测结果更容易出现较大偏差, 因此, 对小径

流深的年份预测仍需进一步探讨。

总体而言,校正后的组合预测模型具备较好的应用价值,可以运用于中长期径流预报。在未来的研究中将会考虑引入更多其他因子,比如海温指数、大气环流指数等,以提高径流预报精度。

参考文献(References):

- [1] SANKARASUBRAMANIAN A, LALL U, DEVINENI N, et al. The role of monthly updated climate forecasts in improving intraseasonal water allocation[J]. Journal of Applied Meteorology & Climatology, 2009, 48(7): 1464-1482. DOI:10.1175/2009JAMC2122.1.
- [2] CLOKE H L, PAPPENBERGER F. Ensemble flood forecasting: a review[J]. Journal of Hydrology, 2009, 375(3): 613-626. DOI: 10.1016/j.jhydrol.2009.06.005.
- [3] 陈昕, 鱼京善. 基于人工神经网络的雅砻江流域水文过程多模型集合模拟[J]. 南水北调与水利科技, 2018, 16(2): 74-80. (CHEN X, YU J S. Multi-model set simulation of hydrological processes in the Yalong river basin based on artificial neural network[J]. South-to-North Water Transfer and Water Science and Technology, 2018, 16(2): 74-80. (in Chinese)) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdkq.2018.0041.
- [4] 农振学, 王超, 雷晓辉. 基于主成分分析和 BP 神经网络的赣江流域中长期径流预报[J]. 水电能源科学, 2018, 36(1): 16-19. (NONG Z X, WANG C, LEI X H. Long-term runoff forecast in Ganjiang river basin based on principal component analysis and BP neural network [J]. Hydroelectric Energy Science, 2018, 36(1): 16-19. (in Chinese))
- [5] 魏胜. 回归支持向量机模型及其在年径流预测中的应用[J]. 水资源与水工程学报, 2014, 25(2): 213-217. (WEI S. Regression support vector machine model and its application in annual runoff prediction[J]. Journal of Water Resources and Water Engineering, 2014, 25(2): 213-217. (in Chinese))
- [6] 余楚, 吕敦玉. 利用 BP 神经网络模型进行分类径流模拟[J]. 南水北调与水利科技, 2014, 12(5): 109-112, 123. (YU C, LV D Y. Classification of runoff simulation using BP neural network model [J]. South-to-North Water Transfer and Water Science and Technology, 2014, 12(5): 109-112, 123. (in Chinese)) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdkq.2014.05.025.
- [7] 孙艳, 刀海娅. 自适应变异粒子群算法与支持向量机在农业用水预测中的应用[J]. 水资源与水工程学报, 2015, 26(3): 231-236, 240. (SUN Y, DAO H Y. Application of adaptive mutation particle swarm optimization algorithm and support vector machine in agricultural water prediction [J]. Journal of Water Resources and Water Engineering, 2015, 26(3): 231-236, 240. (in Chinese))
- [8] 崔东文. 基于多元变量组合的回归支持向量机集成模型及其应用[J]. 水利水运工程学报, 2014(2): 66-73. (CUI D W. Regression support vector machine integration model based on combination of multiple variables and its application [J]. Journal of Water Resources and Hydropower Engineering, 2014(2): 66-73. (in Chinese)) DOI: 10.16198/j.cnki.1009-640x.2014.02.002.
- [9] 温丽华. 灰色系统理论及其应用[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2003. (WEN L H. Grey system theory and its application [D]. Harbin: Harbin Engineering University, 2003. (in Chinese))
- [10] 刘呈玲, 方红远, 刘志辉. 改进的灰色预测模型在区域用水总量预测中的应用[J]. 华北水利水电大学学报(自然科学版), 2018, 39(2): 57-62. (LIU C L, FANG H Y, LIU Z H. Application of improved Grey prediction model in regional total water consumption prediction [J]. Journal of North China University of Water Resources and Hydroelectric Sciences (Natural Science Edition), 2018, 39(2): 57-62. (in Chinese))
- [11] 刘卫校. 基于离散灰色预测模型与人工神经网络混合智能模型的时尚销售预测[J]. 计算机应用, 2016, 36(12): 3378-3384. (LIU W X. Fashion sales forecast based on hybrid intelligent model of discrete gray prediction model and artificial neural network [J]. Journal of Computer Applications, 2016, 36(12): 3378-3384. (in Chinese))
- [12] 杜川, 梁秀娟, 王中凯, 等. 改进灰色-马尔科夫模型在年降水量预测中的应用研究[J]. 节水灌溉, 2014(6): 32-36. (DU C, LIANG X J, WANG Z K, et al. Application of improved grey-Markov model in forecasting annual precipitation [J]. Water Saving Irrigation, 2014(6): 32-36. (in Chinese))
- [13] 魏代俊. 灰色-马尔科夫链在年降水量预测中的应用[D]. 武汉: 华中师范大学, 2008. (WEI D J. Application of grey-Markov chain in forecasting annual precipitation [D]. Wuhan: Huazhong Normal University, 2008. (in Chinese))
- [14] 景亚平, 张鑫, 罗艳. 基于修正组合模型的青海省城市需水量预测[J]. 自然资源学报, 2012, 27(6): 1013-1021. (JING Y P, ZHANG X, LUO Y. Prediction of urban water demand in Qinghai province based on modified combination model [J]. Journal of Natural Resources, 2012, 27(6): 1013-1021. (in Chinese))
- [15] 刘历波, 裴彧, 裴同松. 灰色-马尔科夫模型在桥梁运营状况预测中的应用[J]. 河北大学学报(自然科学

- 版),2019,39(1):11-17. (LIU L B, PEI Y, PEI T S. Application of Grey-Markov model in prediction of bridge operation status [J]. Journal of Hebei University (Natural Science Edition), 2019, 39(1): 11-17. (in Chinese))
- [16] 罗党,王滢婷. 灰色神经网络下的多变量土壤含水量预测模型[J]. 华北水利水电大学学报(自然科学版), 2017, 38(5): 70-75. (LUO D, WANG H T. Multivariate soil moisture prediction model based on grey neural network [J]. Journal of North China University of Water Engineering (Natural Science Edition), 2017, 38(5): 70-75. (in Chinese))
- [17] 何映颖,陈晓宏,张云,等. BP 神经网络在小流域径流模拟中的应用[J]. 水文, 2015, 35(5): 35-40, 96. (HE Y Y, CHEN X H, ZHANG Y, et al. Application of BP artificial neural network in runoff simulation of small watershed [J]. Hydrology, 2015, 35(5): 35-40, 96. (in Chinese))
- [18] 高学平,闫晨丹,张岩. 基于 BP 神经网络的调水工程调蓄水位预测模型[J]. 南水北调与水利科技, 2018, 16(1): 8-13. (GAO X P, YAN C D, ZHANG Y. A prediction model of water storage level for water transfer project based on BP neural network [J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2018, 16(1): 8-13. (in Chinese)) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdqk.20180002.
- [19] 彭欣怡,于国荣,张代青,等. 不同组合小波神经网络模型对径流预测的适用性[J]. 人民长江, 2015, 46(24): 24-28. (PENG X Y, YU G R, ZHANG D Q, et al. Applicability of different combined wavelet neural network models to runoff prediction [J]. People's Yangtze River, 2015, 46(24): 24-28. (in Chinese)) DOI: 10.16232/j.cnki.1001-4179.2015.24.007.
- [20] 王博,顿新春,李智勇. 基于 BP 神经网络的水利工程投标决策模型及应用[J]. 水电能源科学, 2013, 31(3): 131-134. (WANG B, DUN X C, LI Z Y. Bidding decision model and application of hydraulic engineering based on BP neural network [J]. Hydroelectric Energy Science, 2013, 31(3): 131-134. (in Chinese))
- [21] 李晓英,苏志伟,周华,等. 基于主成分分析的 GA-BP 模型在城市需水预测中的应用[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(6): 39-44. (LI X Y, SU Z W, ZHOU H, et al. Application of GA-BP model based on principal component analysis in urban water demand prediction [J]. South-to-North Water Transfer and Water Science & Technology, 2017, 15(6): 39-44. (in Chinese)) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdqk.2017.06.006.
- [22] 占敏,薛惠锋,王海宁,等. 贝叶斯神经网络在城市短期用水预测中的应用[J]. 南水北调与水利科技, 2017, 15(3): 73-79. (ZHAN M, XUE H F, WANG H N, et al. Application of Bayes neural network in urban short-term water use prediction [J]. South-to-North Water Transfer and Water Science and Technology, 2017, 15(3): 73-79. (in Chinese)) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdqk.2017.03.013.
- [23] 崔东文,金波. 改进 BP 神经网络模型在小康水利综合评价中的应用[J]. 河海大学学报(自然科学版), 2014, 42(4): 306-313. (CUI D W, JIN B. Application of improved BP neural network model in comprehensive evaluation of xiaokang water resources [J]. Journal of Hohai University (Natural Science Edition), 2014, 42(4): 306-313. (in Chinese))
- [24] 景亚平,张鑫. 基于修正组合模型的河川径流中长期预报[J]. 水力发电学报, 2012, 31(6): 14-21. (JING Y P, ZHANG X. Medium and long-term forecast of river runoff based on modified combination model [J]. Journal of Hydroelectric Engineering, 2012, 31(6): 14-21. (in Chinese))
- [25] 叶伟,马福恒,周海啸. 利用马尔科夫链修正的变维分形模型及其应用[J]. 南水北调与水利科技, 2016, 14(6): 111-115. (YE W, MA F H, ZHOU H X. Variable dimensional fractal model modified by Markov chain and its application [J]. South-to-North Water Transfer and Water Science and Technology, 2016, 14(6): 111-115. (in Chinese)) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdqk.2016.06.019.
- [26] 李建林,管明军,郑继东,等. 基于叠加马尔科夫链的矿井涌水量预测——以成庄煤矿为例[J]. 南水北调与水利科技, 2015, 13(3): 409-412. (LI J L, ZAN M J, ZHENG J D, et al. Prediction of mine water inflow based on superimposed Markov chain: Taking Chengzhuang coal mine as an example [J]. South-to-North Water Transfer and Water Science and Technology, 2015, 13(3): 409-412. (in Chinese)) DOI: 10.13476/j.cnki.nsbdqk.2015.03.003.
- [27] 龙浩,高睿,孔德新,等. 基于 BP 神经网络-马尔科夫链模型的隧道围岩位移预测[J]. 长江科学院院报, 2013, 30(3): 40-43. (LONG H, GAO R, KONG D X, et al. Prediction of tunnel surrounding rock displacement based on BP neural network-Markov chain model [J]. Journal of Yangtze River Scientific Research Institute, 2013, 30(3): 40-43. (in Chinese))