

樊金生, 白玉川, 罗秋实, 等. 冲积河流推移质输沙最优河道形态影响因素理论分析[J]. 南水北调与水利科技(中英文), 2023, 21(1): 201-208. FAN J S, BAI Y C, LUO Q S, et al. Theoretical analysis on influencing factors of optimal channel form for bed load transport in alluvial rivers[J]. South-to-North Water Transfers and Water Science & Technology, 2023, 21(1): 201-208. (in Chinese)

冲积河流推移质输沙最优河道形态影响因素理论分析

樊金生^{1,2,3,4}, 白玉川⁴, 罗秋实^{1,2,3}, 黄河清⁵

- (1. 黄河勘测规划设计研究院有限公司, 郑州 450003; 2. 水利部黄河流域水治理与水安全重点实验室(筹), 郑州 450003; 3. 黄河勘测规划设计研究院有限公司博士后工作站, 郑州 450003; 4. 天津大学 河流海岸工程泥沙研究所, 天津 300072; 5. 中国科学院地理科学与资源研究所, 陆地水循环及地表过程重点实验室, 北京 100101)

摘要: 为从理论上确定水沙动力、阻力和边界条件对冲积河流推移质输沙最优河道形态和最小比降的影响, 基于水力半径分割方法将河床整体糙率划分为河岸糙率和河底糙率; 采用河道形态自动调整变分方法, 以等腰梯形为河道过水断面, 推导推移质输沙率与河道形态的关系, 分析河岸与河底相对糙率、河岸坡角、流量、输沙率、中值粒径和河底糙率对最优河道形态和最小比降的影响。结果表明: 最优河道形态和最小比降随河岸与河底相对糙率的增大而减小, 随河岸坡角的增大而增大。流量或者河底糙率的增加将使最小比降减小, 同时造成最优河道形态趋向窄深。输沙率或者中值粒径的增加将使最小比降增大, 但两者对最优河道形态演变的影响不同, 输沙率增大使最优河道形态向宽浅发展, 而中值粒径增加将使最优河道形态向窄深发展。

关键词: 最优河道形态; 最小比降; 变分方法; 边界条件; 水沙动力

中图分类号: TV142; TV147.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.13476/j.cnki.nsbdqk.2023.0021

在河床演变规律研究中, 河相关系一直是核心问题。早期 Leopold 等^[1] 研究美国河流时, 提出了采用指数函数描述平滩河宽、水深和流速分别与流量之间关系的水力几何形态模型。Schumm^[2] 研究美国堪萨斯河和澳大利亚马兰比季河时, 将宽深比与河岸、河底中的粉砂和黏土含量相对比值建立了关系式。此外, 植被也是影响河相关系的重要因素^[3-13]。Andruss^[14] 在研究科罗拉多河流时, 将河岸植被分为厚与薄两类, 统计得到了植被影响下的河相关系式。Hey 等^[15] 也通过植被分类方法对英国河流进行了研究, 统计得到不同植被类型影响下的河相关系式。Huang 等^[16] 研究了世界很多国家河流的河道形态, 以 Knight 基于水槽实验结果建立的水流剪切力沿河道边界(河岸与河底)分布的经验公式为基础, 建立了半经验性的多变量河相关系式, 研究表明流量、糙率、比降、中值粒径和河岸植被均对河相关系有影响。依据工程力学分析, Eaton 等^[17] 和

Millar 等^[18-20] 指出河岸抗冲性与河岸泥沙休止角、河岸陡峭程度关系紧密, 研究表明在河岸保持稳定情况下, 河岸陡峭程度随着河岸泥沙休止角增大而增大。窦国仁^[21] 提出了河岸与河底相对抗冲性因子, 并定量分析了其对河相关系的影响。倪晋仁等^[22] 在分析河相关系物理实质时, 提出利用河道边界因子量化河岸与河底相对糙率, 并分析了其对河相关系的影响。俞俊^[23] 探讨了利用河岸边坡系数与中值粒径平方根之比量化对河相关系的影响。许炯心^[24] 指出河道边界组成对河相关系影响显著, 同时发现河道边界组成范围很广, 与河流流经地区的地质构造、岩性、地貌条件、河谷比降、河岸与河底物质组成及结构、植被情形、工程措施等有关。钱宁等^[25] 在《河床演变学》中也强调了边界条件对河相关系的重要性, 并指出河流通过自动调整能够形成一定宽深比的稳定形态, 但一方面需要与上游的来水和来沙条件相适应, 另一方面还需要与河岸与河

收稿日期: 2022-05-26 修回日期: 2022-10-26 网络出版时间: 2022-12-29
网络出版地址: <https://kns.cnki.net/kcms/detail/13.1430.TV.20221228.1836.001.html>
基金项目: 国家自然科学基金项目(51979185; 51879182)
作者简介: 樊金生(1987—), 男, 河南新乡人, 博士后, 主要从事河床演变与流域管理研究。E-mail: fjs_871021@163.com
通信作者: 白玉川(1967—), 男, 山西神池人, 教授, 博士生导师, 主要从事河流工程泥沙及河流地貌演变研究, E-mail: ychbai@tju.edu.cn

底组成物质的相对可冲刷性相适应。可见,在强调水沙条件对河相关系的影响时,不能忽略边界条件的影响。

基于国内外研究进展^[26-27],本文将河岸与河底相对糙率、河岸坡角 2 个边界量化因子引入到河道形态自动调整变分分析中,从理论上解析了它们对最优河道形态的影响。河道形态自动调整变分方法由 Huang 与合作者^[28-30]提出,并已进行了广泛应用。该方法是将河道宽深比 $\zeta=W/D$ 作为变分因子,联解水流连续性方程、阻力方程和推移质挟沙力方程,揭示了最大输沙率和最小比降是河道形态达到最优的水动力条件,而且证明了这两个条件是物理学中广为应用的最小作用量原理在河流系统中的具体表现形式。也就是说,冲积河流达到输沙最优通常有两种模式:对于给定的流量和输沙率,通过调整河道形态使得比降达到最小;对于给定的流量和比降,调整河道形态使得输沙率达到最大。河道形态自动调整变分方法从数学上描述了推移质运动时的河流输沙率、比降、边界条件、水沙条件之间的相互影响以及制约关系^[31-32]。本文将应用这一方法解析河岸与河底相对糙率、河岸坡角、流量、输沙率、中值粒径和河底糙率等因子对最优河道形态和最小比降的影响程度,以便深化对冲积河流河床演变规律的认识。

1 水流基本方程式

河道水流连续性方程通常表示为

$$Q = VA \tag{1}$$

式中: A 为河道断面面积, m^2 ; V 为平均流速, m/s ; Q 为流量, m^3/s 。

河道水流阻力曼宁公式为

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S^{1/2} \tag{2}$$

式中: n 为河床整体糙率系数; S 为比降; R 为水力半径, m 。

以水流剪切应力为主要驱动力因子的推移质输沙率通常表示为

$$q_b = c_b \tau_0^i (\tau_0 - \tau_c)^j \tag{3}$$

式中: q_b 代表单位河宽推移质输沙率; c_b 是常数; τ_0 代表河道平均剪切应力 ($\tau_0 = \gamma R J$), $kg \cdot m/s^2$; τ_c 代表床沙临界剪切力。公式(3)在许多情况下可以简化为

$$q_b^* = c_b (\tau_0^* - \tau_c^*)^j \tag{4}$$

其中, q_b^* 、 τ_0^* 和 τ_c^* 分别为相应变量的无量纲形式,具体形式为

$$\begin{cases} q_b^* = \frac{q_b}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma - 1)gd_{50}^3}} = \frac{Q_s/W}{\sqrt{(\gamma_s/\gamma - 1)gd_{50}^3}} \\ \tau_0^* = \frac{\tau_0}{(\gamma_s - \gamma)d} = \frac{\gamma RS}{(\gamma_s - \gamma)d_{50}} \\ \tau_c^* = \frac{\tau_c}{(\gamma_s - \gamma)d_{50}} \end{cases} \tag{5}$$

式中: W 为河道输沙宽度, m ; Q_s 为整个河宽上的输沙率, m^3/s ; γ_s 和 γ 分别为泥沙颗粒和水体的容重, N/m^3 ; ρ_s 为泥沙颗粒密度, 等于 $2650 kg/m^3$; ρ 为水体密度, 等于 $1000 kg/m^3$; g 为重力加速度, 取值 $9.8 m/s^2$; d_{50} 为中值粒径, mm 。Huang^[33] 通过理论分析和实测数据检验,得到了以下推移质输沙率:

$$q_b^* = 6(\tau_0^* - 0.047)^{5/3} \tag{6}$$

通过水力半径分割方法,建立河道过水断面整体综合糙率和河岸糙率、河底糙率之间的关系:

$$n^{3/2}P = n_b^{3/2}P_b + n_w^{3/2}P_w \tag{7}$$

式中: n_b 、 n_w 分别为河底糙率系数、河岸糙率系数; P 为整个过水断面的湿周长度, m ; P_b 为河底湿周长度, m ; P_w 为河岸湿周长度, m 。

用图 1 概化河道过水断面进行理论分析,对应于坡角 θ ,可以得到以下关系:

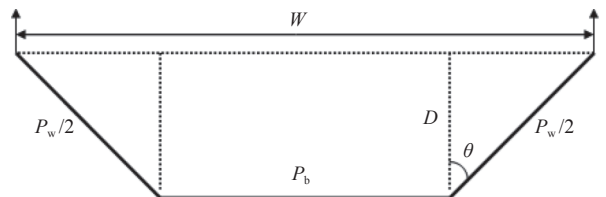


图 1 过水断面
Fig. 1 Cross section

$$\begin{aligned} P &= W + 2D(\sec\theta - \tan\theta), P_b = W - 2D\tan\theta, \\ P_w &= 2D\sec\theta \end{aligned} \tag{8}$$

式中: D 为平均河深, m 。合并公式(7)和(8):

$$\begin{aligned} n^{3/2}D(\zeta + 2\sec\theta - 2\tan\theta) &= n_b^{3/2}(W - 2D\tan\theta) + \\ &+ n_w^{3/2}2D\sec\theta \end{aligned} \tag{9}$$

根据式(2),采用 λ 反映河岸与河底相对糙率:

$$\lambda = n_w^{3/2}/n_b^{3/2} \tag{10}$$

2 最优河道形态影响因素理论分析

将河道过水断面概化为等腰梯形,见图 1,将河宽和河深两个变量合并为一个变量宽深比 ζ ,作为变

分变量,求解比降达到最小时的理论水力几何关系式, ζ 可以表达为

$$\zeta = \frac{W}{D} \quad (11)$$

合并式(8)和(11):

$$W = \zeta D, \quad A = (\zeta - \tan\theta)D^2, \quad R = (\zeta - \tan\theta) \cdot (\zeta + 2 \sec\theta - 2 \tan\theta)^{-1} D \quad (12)$$

合并式(1)、(2)和(12), 求出 W, D, τ_0 与 n, Q, S 和 ζ 的关系表达式:

$$\begin{cases} W = (nQ)^{3/8} S^{-3/16} \zeta (\zeta + 2 \sec\theta - 2 \tan\theta)^{1/4} (\zeta - \tan\theta)^{-5/8} \\ D = (nQ)^{3/8} S^{-3/16} (\zeta + 2 \sec\theta - 2 \tan\theta)^{1/4} (\zeta - \tan\theta)^{-5/8} \\ \tau_0 = \gamma(nQ)^{3/8} S^{13/16} (\zeta + 2 \sec\theta - 2 \tan\theta)^{-3/4} (\zeta - \tan\theta)^{3/8} \end{cases} \quad (13)$$

合并式(7)、(8)、(11)和(12), 求得河道过水断面整体糙率与河底糙率对应关系:

$$n^{3/2} = \frac{(\zeta + 2\lambda \sec\theta - 2 \tan\theta)}{(\zeta + 2 \sec\theta - 2 \tan\theta)} n_b^{3/2} \quad (14)$$

合并式(13)和(14):

$$\begin{aligned} W &= (n_b Q)^{3/8} S^{-3/16} (\zeta + 2\lambda \sec\theta - 2 \tan\theta)^{1/4} \zeta (\zeta - \tan\theta)^{-5/8} \\ D &= (n_b Q)^{3/8} S^{-3/16} (\zeta + 2\lambda \sec\theta - 2 \tan\theta)^{1/4} (\zeta - \tan\theta)^{-5/8} \\ \tau_0 &= \gamma(n_b Q)^{3/8} S^{13/16} (\zeta + 2\lambda \sec\theta - 2 \tan\theta)^{1/4} \cdot (\zeta + 2 \sec\theta - 2 \tan\theta)^{-1} (\zeta - \tan\theta)^{3/8} \end{aligned} \quad (15)$$

合并式(5)、(6)、(15)和 $Q_s = q_b(W - 2D \tan\theta) = q_b D (\zeta - 2 \tan\theta)$:

$$Q_s = \frac{K_0 (\zeta + 2\lambda \sec\theta - 2 \tan\theta)^{1/4}}{(\zeta - \tan\theta)^{5/8} (\zeta - 2 \tan\theta)^{-1}} \left[K_1 \frac{(\zeta + 2\lambda \sec\theta - 2 \tan\theta)^{1/4} (\zeta - \tan\theta)^{3/8}}{(\zeta + 2 \sec\theta - 2 \tan\theta)} - 0.047 \right]^{5/3} \quad (16)$$

其中, K_0, K_1 表达为

$$\begin{cases} K_0 = 24.1275 d^{3/2} (n_b Q)^{3/8} S^{-3/16}; \\ K_1 = \frac{\gamma(n_b Q)^{3/8} S^{13/16}}{(\gamma_s - \gamma) d_{50}}; \end{cases} \quad (17)$$

为分析河岸坡角 θ 对冲积河流推移质输沙最优河道形态 ζ_m 和最小比降 S_{\min} 的影响, 给定流量 Q 为 $4\,000\text{ m}^3/\text{s}$, 输沙率 Q_s 为 $0.075\text{ m}^3/\text{s}$, 中值粒径 d_{50} 为 0.6 mm , 河底糙率 n_b 为 0.012 , λ 取值为 1 , 依据公式(16)在 MATLAB 中画出 θ 取值分别为 $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 时的 $S-\zeta$ 曲线见图 2, 具体的计算结果见表 1。

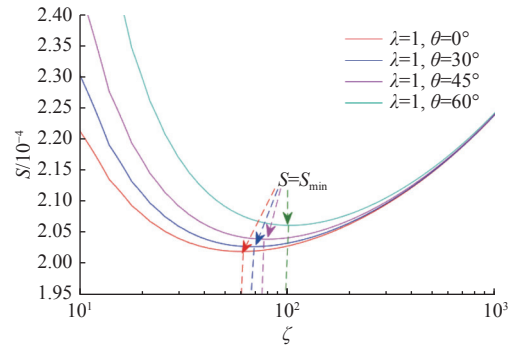


图 2 比降 S 与宽深比 ζ 在 λ 等于 1 、 θ 取值不同时的关系曲线
Fig. 2 Relationship curve between slope S and width/depth ratio ζ under θ of different values when λ equals 1

表 1 不同河岸坡角 (θ) 下的 S_{\min} 和 ζ_m

Tab. 1 Minimum slope S_{\min} and ζ_m under θ of different values (θ)

λ	$\theta/(^\circ)$	ζ_m	$\frac{\zeta_m - \zeta_{m0}}{\zeta_{m0}} / \%$	S_{\min}	$\frac{S_{\min} - S_{\min0}}{S_{\min0}} / \%$
1	0	61.48	-11.41	0.000 202 2	-0.40
1	30	69.40	0	0.000 203 0	0
1	45	77.32	11.41	0.000 204 2	0.59
1	60	101.10	45.68	0.000 206 1	1.52

注: ζ_{m0} 和 $S_{\min0}$ 分别表示选定基准 $\theta=30^\circ$ 时的 ζ_m 和 S_{\min} 。

同理, 为分析 λ 对最优河道形态 ζ_m 和最小比降 S_{\min} 的影响, θ 取值为 0° , 依据公式(16)在 MATLAB 中分别画出 $\lambda=0.1, 0.5, 1.0$ 和 2.0 时的 $S-\zeta$ 曲线见图 3, 具体计算结果见表 2。

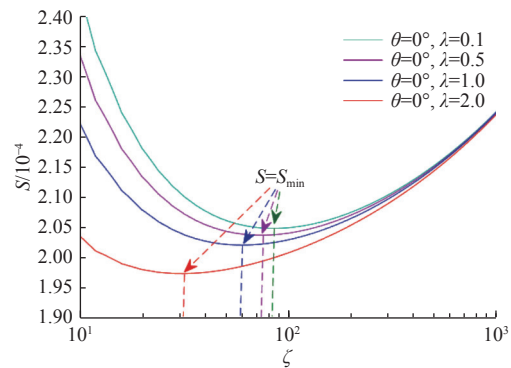


图 3 比降 S 与宽深比 ζ 在 θ 等于 0° 、 λ 取值不同时的关系曲线
Fig. 3 Relationship curve between slope S and width/depth ratio ζ under λ of different values when θ equals 0°

表 2 不同 λ 值下 S_{\min} 和 ζ_m

Tab. 2 Minimum slope S_{\min} and ζ_m under λ of different values

$\theta/(^\circ)$	λ	ζ_m	$\frac{\zeta_m - \zeta_{m0}}{\zeta_{m0}} / \%$	S_{\min}	$\frac{S_{\min} - S_{\min0}}{S_{\min0}} / \%$
0	1.0	59.74	0	0.000 201 6	0
0	0.1	83.78	40.24	0.000 205 2	1.78
0	0.5	76.00	27.20	0.000 204 0	1.19
0	2.0	31.96	-86.90	0.000 196 8	-2.43

注: ζ_{m0} 和 $S_{\min0}$ 分别表示选定基准 $\lambda=1$ 时的 ζ_m 和 S_{\min} 。

依据表 1 和图 2 计算结果,可以看出当其他所有因素固定不变时,河岸坡角 θ 的增大会导致 ζ_m 变大,即最优河道形态趋于宽浅,而相应的最小比降 S_{min} 也将增大。当 θ 分别取值为 60° 、 45° 、 30° 、 0° , S_{min} 取值分别为 0.000 206 1, 0.000 204 2、0.000 203 0、0.000 202 2, 而相应的 ζ_m 分别取值 101.10、77.32、65.44 和 61.48。此外,为了分析 θ 变化对最优河道形态和最小比降的影响程度,以 $\theta=30^\circ$ 为基准, θ 从 0° 到 60° 变化,可以发现 S_{min} 的变化范围为 -0.40% 到 1.52% ,而 ζ_m 的变化范围为 -6.05% 至 54.49% 。同理,为分析 λ 对最优河道形态和最小比降的影响程度,以 $\lambda=1.0$ 为基准,变化 λ 从 0.1 到 2.0,可得到 S_{min} 的变化范围是 -2.43% 到 1.78% ,而 ζ_m 的变化范围则是 -86.90% 到 40.24% 。显而易见,河岸坡度 θ 和 λ 的变化对最小比降的影响程度远小于其对 ζ_m 的影响。河岸坡角、河岸与河底相对糙率代表河道横向边界约束条件,总体而言,它们的改变会使得河道明显趋于展宽或缩窄,而对最小比降 S_{min} 的影响较小,但对 S_{min} 的影响呈现出规律性变化,即窄深河道 S_{min} 小于宽浅河道 S_{min} 。

为分析流量 Q 变化对最优河道形态 ζ_m 和最小比降 S_{min} 的影响,为方便计算设定 $\theta=0^\circ$ 和 $\lambda=1$ 。当流量分别取值 3 000、3 300、3 600、4 000 m^3/s 时,根据式(16)在 MATLAB 中画出 S - ζ 曲线见图 4,具体的计算结果见表 3。依据表 3 和图 4 给出的结果,可以看出:当 S_{min} 分别为 0.000 256 8、0.000 236 7、0.000 220 8 和 0.000 201 6 时, ζ_m 依次取值为 63.8、62.1、0.2 和 58.1。以流量取值 3 000 m^3/s 为基准,当流量从 3 000 m^3/s 变为至 4 000 m^3/s 时, S_{min} 变化范围为 -6.44% 到 2.70% ,而 ζ_m 变化范围则为 -17.4% 到 8.5% 。显然,随着流量的增大,最小比降 S_{min} 的变动幅度大于 ζ_m 变动幅度。

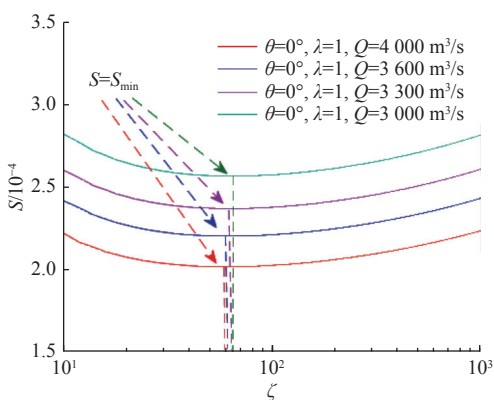


图 4 比降 S 与宽深比 ζ 在流量 (Q) 取值不同时的关系曲线
Fig. 4 Relationship curve between slope S and width/depth ratio ζ under Q of different values

表 3 不同流量值 Q 下的最小比降 S_{min} 和最优河道形态 ζ_m
Tab. 3 Minimum slope S_{min} and ζ_m under different flow discharges

$\theta/(^\circ)$	λ	Q	ζ_m	$\frac{\zeta_m - \zeta_{m0}}{\zeta_{m0}}/\%$	S_{min}	$\frac{S_{min} - S_{min0}}{S_{min0}}/\%$
0	1	3 000	63.8	2.70	0.000 256 8	8.5
0	1	3 300	62.1	0	0.000 236 7	0
0	1	3 600	60.2	-3.10	0.000 220 8	-7.2
0	1	4 000	58.1	-6.44	0.000 201 6	-17.4

注: ζ_{m0} 和 S_{min0} 分别表示选定基准 $Q=3\ 300\ m^3/s$ 时的 ζ_m 和 S_{min} 。

为分析推移质输沙率 Q_s 变化对最优河道形态 ζ_m 和最小比降 S_{min} 的影响,设定 $\theta=0^\circ$ 和 $\lambda=1$,当 Q_s 分别取值 0.065、0.075、0.085、0.095 m^3/s 时,根据式(16)在 MATLAB 中画出 S - ζ 曲线见图 5,具体的计算结果见表 4。从表 4 和图 5 可以看出,随着 Q_s 加大,最小比降增加, ζ_m 也增加,当 Q_s 分别取值为 0.065、0.075、0.085、0.095 m^3/s 时, S_{min} 分别为 0.000 181 2、0.000 202 8、0.000 223 2 和 0.000 244 8, ζ_m 依次为 56.0、59.6、64.1 和 68.2。假定以 $Q_s=0.065\ m^3/s$ 为基准, Q_s 从 0.065 至 0.095 m^3/s , S_{min} 变化范围是 -11.90% 到 20.71% ,而 ζ_m 变化范围是 -6.40% 到 14.42% 。显然,随着 Q_s 增大, S_{min} 变动幅度大于 ζ_m 变动幅度。

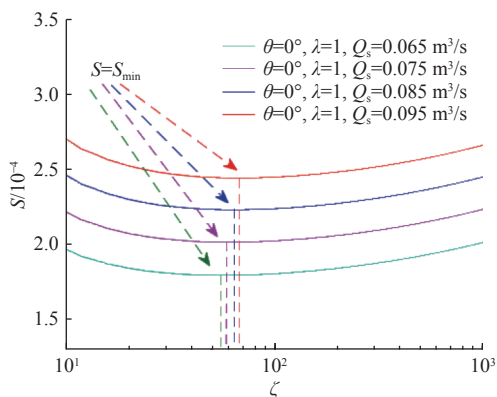


图 5 比降 S 与宽深比 ζ 在输沙率取值不同时的关系曲线
Fig. 5 Relationship curve between slope S and width/depth ratio ζ under Q_s of different values

表 4 不同输沙率 (Q_s) 下的 S_{min} 和 ζ_m
Tab. 4 S_{min} and ζ_m under different values of Q_s

$\theta/(^\circ)$	λ	Q_s/mm	ζ_m	$\frac{\zeta_m - \zeta_{m0}}{\zeta_{m0}}/\%$	S_{min}	$\frac{S_{min} - S_{min0}}{S_{min0}}/\%$
0	1	0.065	56.0	-6.40	0.000 181 2	-11.90
0	1	0.075	59.6	0	0.000 202 8	0
0	1	0.085	64.1	7.60	0.000 223 2	10.10
0	1	0.095	68.2	14.42	0.000 244 8	20.71

注: ζ_{m0} 和 S_{min0} 分别表示选定基准 $Q_s=0.075\ m^3/s$ 时的 ζ_m 和 S_{min} 。

流量、输沙率代表河道的动力条件,它们的改变会对最小比降 S_{min} 产生很大的影响,其中流量的

增加会使得最小比降 S_{min} 减小,而输沙率的增大会导致最小比降 S_{min} 增大。此外,两者对 ζ_m 的影响程度也不一样,流量增加导致 ζ_m 的减小,河道趋于缩窄;而输沙率增加导致 ζ_m 增大,但 ζ_m 变化幅度小于 S_{min} 变化幅度。

为分析床沙中值粒径 d_{50} 的变化对最优河道形态和最小比降影响,固定 $\theta=0^\circ$ 和 $\lambda=1$,当 d_{50} 分别取值0.8、0.7、0.6、0.5 mm时,根据式(16)在MATLAB中画出 S - ζ 曲线见图6,具体的计算结果见表5。依据表5和图6的数据,可以看出,随着 d_{50} 的减小,最小比降 S_{min} 也将减小,但 ζ_m 将加大。具体当 d_{50} 分别取值为0.8、0.7、0.6、0.5 mm时, S_{min} 分别取值0.000 214 8、0.000 208 8、0.000 201 6和0.000 191 4, ζ_m 则相应的取值52、56、60和68。以 d_{50} 等于0.7 mm为基准,当 d_{50} 从0.8变为至0.5时, S_{min} 变化范围为-9.10%到2.87%,而 ζ_m 变化范围则为-7.70%到21.42%。显然,随着 d_{50} 增大, S_{min} 变动幅度小于 ζ_m 变动幅度。

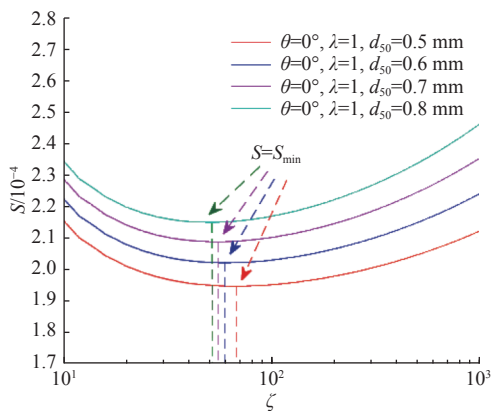


图6 比降 S 与宽深比 ζ 在中值粒径取值不同时的关系曲线
Fig. 6 Relationship curve between slope S and width/depth ratio ζ under d_{50} of different values

表5 不同床沙中值粒径(d_{50})下的 S_{min} 和 ζ_m
Tab. 5 S_{min} and ζ_m under different values of d_{50}

$\theta/(^\circ)$	λ	d_{50}/mm	ζ_m	$\frac{\zeta_m - \zeta_{m0}}{\zeta_{m0}}/\%$	S_{min}	$\frac{S_{min} - S_{min0}}{S_{min0}}/\%$
0	1	0.8	52	-7.70	0.000 214 8	2.87
0	1	0.7	56	0	0.000 208 8	0
0	1	0.6	60	7.10	0.000 201 6	-3.57
0	1	0.5	68	21.42	0.000 191 4	-9.10

注: ζ_{m0} 和 S_{min0} 分别表示选定基准 $d_{50}=0.7$ mm时的 ζ_m 和 S_{min} 。

为分析河底糙率 n_b 的变化对 S_{min} 和 ζ_m 影响,设定 $\theta=0^\circ$ 和 $\lambda=1$,当河底糙率 n_b 分别取值0.012、0.011、0.010、0.009时,根据式(16)在MATLAB中画出 S - ζ 曲线见图7,相应的计算结果见表6。依据表6和图7

的数据,可以看出,随着河底糙率 n_b 的增加, S_{min} 减小, ζ_m 也减小,当河底糙率 n_b 分别取值为0.012、0.011、0.010、0.009, S_{min} 分别为0.000 202 8、0.000 218 4、0.000 234 6和0.000 256 8, ζ_m 依次为60.05、61.12、62.42和63.80。以河底糙率 n_b 等于0.010为基准,当河底糙率 n_b 从0.012变至0.009时, S_{min} 的变化范围为-7.69%到17.58%,而 ζ_m 变化范围则为-1.78%到4.4%。显然,随着河底糙率 n_b 增大, S_{min} 的变动幅度要大于 ζ_m 的变动幅度。

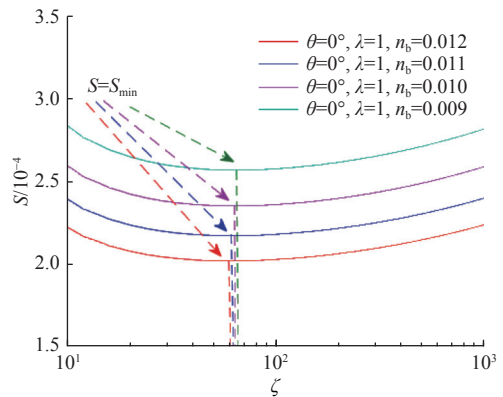


图7 比降 S 与宽深比 ζ 在河底糙率取值(n_b)不同时的关系曲线

Fig. 7 Relationship curve between slope S and width/depth ratio ζ under n_b of different values

表6 不同河底糙率值(n_b)下的 S_{min} 和 ζ_m
Tab. 6 S_{min} and ζ_m under different values of n_b

$\theta/(^\circ)$	λ	n_b	ζ_m	$\frac{\zeta_m - \zeta_{m0}}{\zeta_{m0}}/\%$	S_{min}	$\frac{S_{min} - S_{min0}}{S_{min0}}/\%$
0	1	0.012	60.05	-1.78	0.000 2028	-7.69
0	1	0.011	61.12	0	0.000 2184	0
0	1	0.010	62.43	2.14	0.000 2364	8.24
0	1	0.009	63.80	4.40	0.000 2568	17.58

注: ζ_{m0} 和 S_{min0} 分别表示选定基准 $n_b=0.011$ 时的 ζ_m 和 S_{min} 。

综上所述可以看出,河底糙率 n_b 的增大或者中值粒径 d_{50} 的减小都会导致最小比降 S_{min} 的减小,而相应的最优河道形态 ζ_m 变化趋势很不一致。原因是 d_{50} 变细使得河床泥沙的可动性变强,河道冲刷剧烈,从而导致 ζ_m 变化强烈,最优河道形态 ζ_m 向宽浅方向发展。而河底糙率 n_b 增大时,最小比降 S_{min} 减小,最优河道形态 ζ_m 则向窄深方向发展。

3 结论

冲积河流推移质输沙最优河道形态 ζ_m 受到水沙动力、阻力与边界条件的共同影响,但长期以来缺乏一个具有坚实理论基础的分析方法来确定这一

影响。根据水力半径分割方法,本研究采用基于最小作用量原理的河流形态自动调整变分方法,详细解析河岸与河底相对糙率 λ 、河岸坡度 θ 、流量 Q 、输沙率 Q_s 、河底糙率 n_b 、中值粒径 d_{50} 对 ζ_m 和 S_{\min} 的影响,得到的主要结果如下。

河岸与河底相对糙率 λ 的变大,将使得 ζ_m 变小,即最优河道形态趋于窄深,同时最小比降 S_{\min} 亦变小;河岸坡角 θ 变大时,边坡变得平缓, ζ_m 越大,即最优河道形态越趋于宽浅,同时最小比降 S_{\min} 变大。

流量增大会导致河流内在输沙动力的增加,对应于水多沙少的状态使得最小比降 S_{\min} 减小,最优河道形态 ζ_m 将向窄深发展;输沙量的增大加大了水流负载,但相应的最小比降 S_{\min} 增大;相反水少沙多时,最优河道形态 ζ_m 将向宽浅发展。

河底糙率 n_b 的增大使得最小比降 S_{\min} 减小,最优河道形态 ζ_m 将向窄深方向发展;中值粒径 d_{50} 减小使得最小比降 S_{\min} 减小,最优河道形态 ζ_m 向展宽方向发展。

参考文献:

- [1] LEOPOLD L B, MADDOCK T J. The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications[C]. USGS. US Geological Survey Professional Paper, Washington, United State Government Print Office, 1953. DOI:http://dx. doi.org/.
- [2] SCHUMM S A. The shape of alluvial channels in relation to sediment type, erosion and sedimentation in a semiarid enviroment[C]. USGS. US Geological Survey Professional Paper, Washington, United State Government Print Office, 1960. DOI: <https://doi.org/10.3133/pp352B>.
- [3] DARBY S E. Effect of riparian vegetation on flow resistance and flood potential[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1999, 125(5): 443-454. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1999\)125:5\(443\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1999)125:5(443)).
- [4] EATON B C. Bank stability analysis for regime models of vegetated gravel bed rivers[J]. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2006, 31(11): 1438-1444. DOI: [10.1002/esp.1364](https://doi.org/10.1002/esp.1364).
- [5] EATON B C, GILES T R. Assessing the effect of vegetation-related bank strength on channel morphology and stability in gravel-bed streams using numerical models[J]. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2009, 34(5): 712-724. DOI: [10.1002/esp.1768](https://doi.org/10.1002/esp.1768).
- [6] HUANG H Q, NANSON G C. Vegetation and channel variation: A case study of four small streams in southeast Australia. [J]. *Geomorphology*, 1997, 18(3-4): 237-249. DOI: [10.1016/S0169-555X\(96\)00028-1](https://doi.org/10.1016/S0169-555X(96)00028-1).
- [7] HUANG H Q, NANSON G C. The influence of bank strength on channel geometry: An integrated analysis of some observations. [J]. *Earth Surface Processes and Landforms*, 1998, 23(10): 865-876. DOI: [10.1002/\(SICI\)1096-9837\(199810\)23:10<865::AID-ESP903>3.0.CO;2-3](https://doi.org/10.1002/(SICI)1096-9837(199810)23:10<865::AID-ESP903>3.0.CO;2-3).
- [8] 白玉川, 杨树青, 徐海珏. 不同河岸植被种植密度情况下河流演化试验分析[J]. *水力发电学报*, 2018, 37(11): 107-120. DOI: [10.11660/slfjdx.20181111](https://doi.org/10.11660/slfjdx.20181111).
- [9] 杨树青, 白玉川, 徐海珏, 等. 河岸植被覆盖影响下的河流演化动力特性分析[J]. *水利学报*, 2018, 49(8): 995-1006. DOI: [10.13243/j.cnki.slx.20180310](https://doi.org/10.13243/j.cnki.slx.20180310).
- [10] 刘桢, 刘成, 冀自青, 等. 黄河源区弯曲河流滨河植被与河湾迁移的关系[J]. *水利水电科技进展*, 2018, 38(2): 57-61, 76. DOI: [10.3880/j.issn.1006-7647.2018.02.010](https://doi.org/10.3880/j.issn.1006-7647.2018.02.010).
- [11] SIMON A, COLLISON A J C. Quantifying the mechanical and hydrologic effects of riparian vegetation on streambank stability[J]. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2002, 27(5): 527-546. DOI: [10.1002/esp.325](https://doi.org/10.1002/esp.325).
- [12] ABERNETHY B, RUTHERFURD I D. The distribution and strength of riparian tree roots in relation to riverbank reinforcement[J]. *Hydrological Processes*, 2001, 15(1): 63-79. DOI: [10.1002/hyp.152](https://doi.org/10.1002/hyp.152).
- [13] ABATE M, NYSSSEN J, STEENHUIS T S, et al. Morphological changes of Gumara river channel over 50 years, upper Blue Nile basin, Ethiopia[J]. *Journal of Hydrology*, 2015, 525: 152-164. DOI: [10.1016/j.jhydrol.2015.03.044](https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2015.03.044).
- [14] ANDREWS E D. Bed-material entrainment and hydraulic geometry of gravel-bed rivers in Colorado[J]. *Bulletin of the Geological Society of America*, 1984, 95: 371-378. DOI: [10.1130/0016-7606\(1984\)95<371:BEAHGO>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1130/0016-7606(1984)95<371:BEAHGO>2.0.CO;2).
- [15] HEY R D, THORNE C R. Stable channels with mobile gravel beds[J]. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1986, 112: 671-689. DOI: [10.1061/\(ASCE\)0733-9429\(1986\)112:8\(671\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1986)112:8(671)).
- [16] HUANG H Q, WARNER R F. The Multivariable controls of hydraulic geometry: A causal investigation in terms of boundary shear distribution[J]. *Earth Surface Processes and Landforms*, 1995, 20(2): 115-130. DOI: [10.1002/esp.3290200203](https://doi.org/10.1002/esp.3290200203).
- [17] EATON B C, MILLAR, R G. Optimal alluvial channel width under a bank stability constraint[J]. *Geomorphology*, 2004, 62(1-2): 35-45. DOI: [10.1016/j.geomorph.2004.02.003](https://doi.org/10.1016/j.geomorph.2004.02.003).
- [18] MILLAR R G. Influence of bank vegetation on allu-

- vial channel patterns[J]. *Water Resources Research*, 2000, 36(4): 1109-1118. DOI: 10.1029/1999WR900346.
- [19] MILLAR R G. Theoretical regime equations for mobile gravel-bed rivers with stable banks[J]. *Geomorphology*, 2005, 64(3-4): 207-220. DOI: 10.1016/j.geomorph.2004.07.001.
- [20] MILLAR R G, QUICK M C. Effect of bank stability on geometry of gravel rivers[J]. *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE*, 1993, 119(12): 1343-1363. DOI: 10.1061/(ASCE)0733-9429(1993)119:12(1343).
- [21] 窦国仁. 平原冲积河流及潮汐河口的河床形态[J]. *水利学报*, 1964(2): 1-13. DOI: 10.13243/j.cnki.slxb.1965.02.009.
- [22] 倪晋仁, 张仁. 河相关系的物理实质[J]. *水文*, 1991(4): 1-6. DOI: 10.19797/j.cnki.1000-0852.1991.04.001.
- [23] 俞俊. 平原河流河相公式的探求和应用[J]. *人民长江*, 1982(3): 63-9. DOI: 10.16232/j.cnki.1001-4179.1982.03.010.
- [24] 许炯心. 边界条件对水库下游河床演变的影响: 以汉江丹江口水库下游河道为例[J]. *地理研究*, 1983(4): 60-71. DOI: 10.11821/yj1983040007.
- [25] 钱宁, 张仁, 周志德. 河床演变学[M]. 北京: 科学出版社, 1987.
- [26] 樊金生, 黄河清, 余国安, 等. 河岸与河底相对粗糙度对河道平衡形态的影响研究[J]. *泥沙研究*, 2021, 46(1): 18-24. DOI: 10.16239/j.cnki.0468-155x.2021.01.003.
- [27] FAN J S, HUANG H Q, YU G A, et al. River channel forms in relation to bank steepness: A theoretical investigation using a variational analytical method[J]. *Water*, 2020, 12(5): 1250. DOI: 10.3390/w12051250.
- [28] HUANG H Q, NANSON G C. Hydraulic geometry and maximum flow efficiency as products of the principle of least action[J]. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2000, 25(1): 1-16. DOI: 10.1002/(SICI)1096-9837(200001)25:1<1::AID-ESP68>3.0.CO;2-2.
- [29] NANSON G C, HUANG H Q. A philosophy of rivers: Equilibrium states, channel evolution, teleomatic change and least action principle[J]. *Geomorphology*, 2018, 302: 3-19. DOI: 10.1016/j.geomorph.2016.07.024.
- [30] NANSON R A, NANSON G C, HUANG H Q. The hydraulic geometry of narrow and deep channels: Evidence for flow optimisation and controlled peatland growth[J]. *Geomorphology*, 2010, 117(1-2): 143-154. DOI: 10.1016/j.geomorph.2009.11.021.
- [31] HUANG H Q, NANSON G C. A stability criterion inherent in laws governing alluvial channel flow[J]. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2002, 27(9): 929-944. DOI: 10.1002/esp.364.
- [32] NANSON G C, HUANG H Q. Least action principle, equilibrium states, iterative adjustment and the stability of alluvial channels[J]. *Earth Surface Processes and Landforms*, 2008, 33(6): 923-942. DOI: 10.1002/esp.1584.
- [33] HUANG H Q. Reformulation of the bed load equation of Meyer-Peter and Müller in light of the linearity theory for alluvial channel flow[J]. *Water Resources Research*, 2010, 46(9): 1-9. DOI: 10.1029/2009WR008974.

Theoretical analysis on influencing factors of optimal channel form for bed load transport in alluvial rivers


FAN Jinsheng^{1,2,3,4}, BAI Yuchuan⁴, LUO Qiushi^{1,2,3}, HUANG Heqing⁵

(1. Yellow River Engineering Consulting Co., Ltd, Zhengzhou 450003, China; 2. Key Laboratory of Water Management and Water Security for Yellow River Basin, Ministry of Water Resources (under Construction), Zhengzhou 450003, China; 3. Post-Doctor Research Workstation, Yellow River Engineering Consulting Co., Ltd, Zhengzhou 450003, China; 4. Institute for Sediment, River and Coast Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China; 5. Key Laboratory of Water Cycle and Related Land Surface Processes, Institute of Geographic Sciences and Natural Resources Research, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China)

Abstract: The optimal channel of rivers dominated by bed load is determined by many factors. In addition to hydrodynamic conditions, it is also closely related to water and sediment inflows and boundary conditions. Since the rivers on the alluvial plains in the United States and India transport overloaded sediment via wide and shallow channels, some foreign scholars believe that wide and shallow channels are ideal for transporting overloaded sediment. However, the sediment transport capacity of the channel is inversely proportional to the width-depth ratio of the channel in the lower reaches of the Yellow River. The reduction of the width-depth ratio can improve the

maximum sediment transport capacity of the channel. The relationship between the sediment transport capacity and the optimal section of rivers in different regions manifests different or even opposite relationships, and the channel boundary conditions may be a major factor. When the scouring resistance of the river bank is high, the transverse deformation of the river channel is greatly constrained, and the corresponding channel form is relatively narrow and deep. On the contrary, the river channel is subjected to relatively weak horizontal constraints and is prone to widening. To theoretically determine the influence of different factors on the optimal channel form for alluvial rivers and the corresponding minimum gradient, the methods of hydraulic radius segmentation and the river automatic adjustment variational are used to derive the relationship between bed load sediment transport rate and channel form. By taking the isosceles trapezoid as the cross-section, the relative roughness of the river bank to the river bottom, the bank slope angle, the flow discharge, the sediment transport rate, the median particle size, and the roughness of the river bottom are analyzed to ascertain how they affect the optimal channel form and the minimum gradient, respectively. The results show that the optimal channel form and minimum gradient decline with the increase of relative roughness of river-bank to river-bottom, and rise with the increase of bank slope angle. The increase of flow discharge or river-bottom roughness will cause the minimum gradient to decrease and the optimal channel form to become narrow and deep. The increase in sediment transport rate or median particle size will increase the minimum gradient, but their effects on the evolution of the optimal channel form are different since the increase of sediment transport rate will yield a wide and shallow optimal channel form while the increase of median particle size will make the optimal channel form narrow and deep. This study only conducts a quantitative analysis of the response of the optimal channel form of rivers dominated by bed load and the corresponding minimum gradient to multiple factors of hydrodynamics and river boundary. The response of the sediment transport capacity of the sediment-laden river dominated by suspended load transport to these factors needs further investigation.

Key words: optimal form of rivers; minimum gradient; variational method; boundary condition; water and sediment dynamics



健全节水制度政策 强化水资源刚性约束

背景图所有权属《南水北调与水利科技(中英文)》编辑部